Ingreso 2018

Física

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

itu
INSTITUTO TECNOLÓGICO
UNIVERSITARIO

Índice

MÓDULO 1: ***CINEMÁTICA***

1.1. INTRODUCCIÓN

La **Cinemática** es la parte de la Mecánica dedicada al estudio de los movimientos de los cuerpos, independientemente de sus características intrínsecas y de las causas que los producen.

Los conceptos y relaciones que la Cinemática enseña, deben comprenderse bien antes de intentar estudiar el movimiento de los cuerpos **por la acción de fuerzas**, puede considerarse a esta rama como una "introducción a la Dinámica".

Pero en otras áreas, como el estudio de la transmisión de movimientos en los diversos mecanismos, por ejemplo, los métodos de la Cinemática tienen, por sí mismos, extraordinaria importancia práctica.

Ello explica el auge de la Cinemática en la primera mitad del siglo XIX, como eficaz ayuda para la naciente industria de fabricación de maquinaria.

1.2. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

Tal como se entiende en el lenguaje corriente, un cuerpo **está en movimiento** cuando en parte, o su totalidad, **cambia de posición** a medida que transcurre el tiempo.

Ese "cambio de posición" es el que efectúa con respecto a otro cuerpo o conjunto de cuerpos que, consciente o inconscientemente, se toman como **"cuerpos o sistemas de referencia".**

En nuestra vida diaria tal función la cumplen las construcciones, los árboles y demás objetos afirmados en la Tierra, o bien las paredes de un vehículo en el que nos encontremos.

Formalmente y para su utilización en Mecánica, el cuerpo o sistema de referencia se idealiza en la forma de "un sistema de coordenadas": cartesianas ortogonales, polares, esféricas, etc.

Respecto del primer sistema, que es el más utilizado, un punto **P** de un cuerpo se ubica como lo indica la figura 1:

a) en el espacio; b) en el plano ; c) sobre la línea recta.

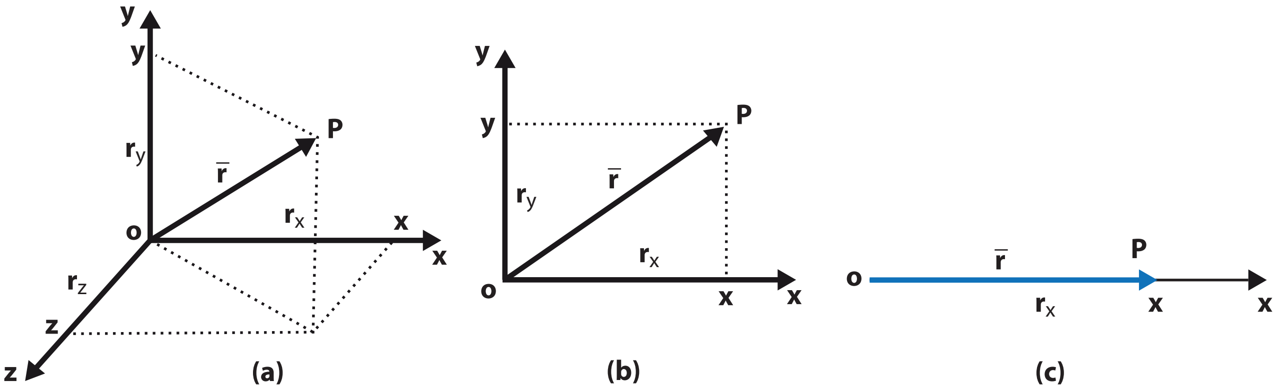


Figura 1

Siempre mediante el vector posición $\vec{r}$, con proyecciones:

$$\left.\begin{array}{l} r_x = x \\ r_y = y \\ r_z = z \end{array}\right\} \text{en a)} \quad ; \quad \left.\begin{array}{l} r_x = x \\ r_y = y \end{array}\right\} \text{en b)} \quad ; \quad r_x = x \quad \text{en c)}$$

Para ubicar al cuerpo en su totalidad deberíamos dar la posición de cada uno de sus puntos, lo que resulta muy complicado. Por eso y, para simplificar su estudio, en el desarrollo de este tema nos limitaremos a analizar el movimiento de una PARTÍCULA.

Definiremos prácticamente como tal, a un cuerpo cuyas dimensiones propias **pueden ser despreciadas** con relación a la distancia desde la que lo observamos.

Así, la cabeza de un alfiler actúa como partícula si la examinamos desde algunas decenas de centímetros y, pese a su enorme tamaño, cualquier estrella del cielo nocturno se comporta como una partícula cuando se la observa desde la Tierra.

En consecuencia:

> La posición de una **PARTÍCULA** queda determinada por un único vector posición.

Si la partícula se mueve, su vector posición cambiará a medida que transcurra el tiempo, de manera que:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \text{o bien} \quad \left.\begin{array}{l} rx = x = x(t) \end{array}\right\} \begin{array}{l} ry = y = y(t) \\ rz = z = z(t) \end{array}$$

es decir: el vector o sus proyecciones, serán funciones del tiempo.

La curva continua, lugar geométrico de las sucesivas posiciones ocupadas por la partícula con el transcurso del tiempo, se denomina TRAYECTORIA y la más sencilla es la línea recta.

Consideremos una trayectoria espacial cualquiera como muestra la figura 2:

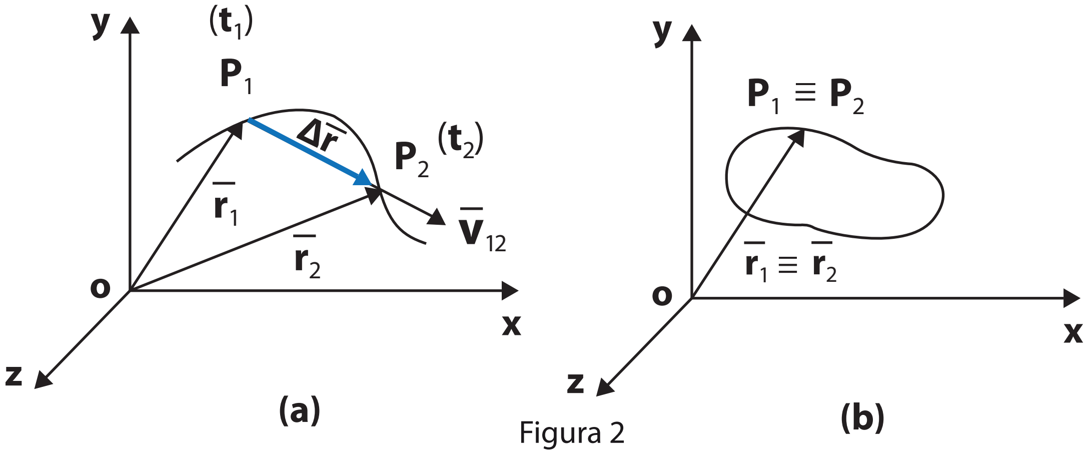


Figura 2

Si en un instante t_1 la partícula ocupa la posición P_1, dada por el vector $\vec{r}_1$ y en otro posterior t_2 la posición P_2, dada por el vector $\vec{r}_2$, decimos que la partícula ha experimentado un DESPLAZAMIENTO $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

En una trayectoria cerrada (figura 2-b), donde la posición final P_2 coincide con la posición inicial P_1, $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}_2$ y el vector DESPLAZAMIENTO es NULO.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 0$$

Por más que la **longitud** de la **trayectoria recorrida** tenga un valor finito no nulo. Prestemos atención y no confundamos, entonces, DESPLAZAMIENTO con LONGITUD DE TRAYECTORIA o "camino recorrido".

Resumimos conceptos vistos hasta ahora:

• **Sistema de referencia:** se construye estableciendo un origen y ejes rectos o curvos que pueden ser uno, dos o tres según sea necesario. Cada una de las longitudes utilizadas para dar la posición de un punto del cuerpo se denomina **"coordenada de posición".**

• **Posición de un cuerpo:** al punto donde está ubicado el cuerpo que se mueve en un determinado instante respecto de un "sistema de referencia".

• **Coordenada de posición** de un cuerpo sobre una línea recta, en la cual se ha elegido "el cero" como punto de referencia, está determinada por la coordenada "x" del punto donde se encuentra.

La coordenada de posición puede ser positiva o negativa, dependiendo si está a la derecha o a la izquierda del cero, respectivamente.

---

*En esta introducción solo consideraremos los **movimientos unidimensionales**, si bien para aclarar algunos conceptos recurriremos a los bidimensionales.*

Para los movimientos horizontales tomaremos el eje X y para los verticales el eje Y.

Vector posición: es el vector que se traza desde el origen hasta la coordenada que marca la posición del cuerpo.

Veamos el siguiente ejemplo:

El auto se encuentra a 10 km a la derecha de su casa

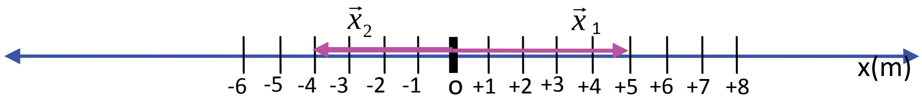
Casa ⟶ auto

Supongamos ahora que el auto se encuentra a 10 km de la casa a las 14:00 h., a esto lo llamaremos **instante de tiempo**, es el momento en el que el auto se encuentra en esa posición. Si a las 14:10 h. se encuentra en su casa, podemos decir que transcurrieron 10 minutos desde que el automóvil estaba en su posición inicial, 10 km, hasta su posición final, 0 km, hasta la casa.

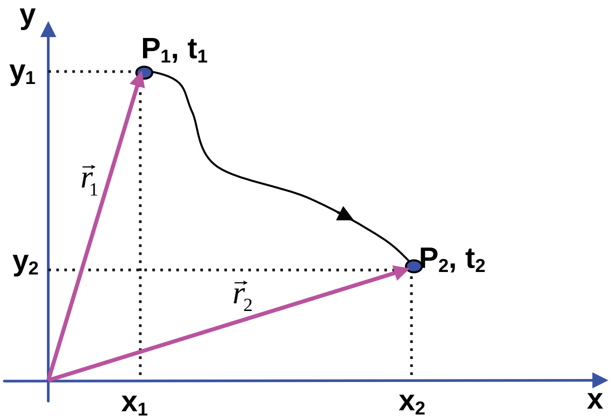
Al tiempo transcurrido entre dos instantes se simboliza con **Δt**, donde **Δ** es la letra griega delta y simboliza "la variación de la magnitud que acompaña".

Aplicación:

Ejemplo 1: Si tenemos dos posiciones $\vec{x}_1 = 5\text{m}$ y $\vec{x}_2 = \text{-}4\text{m}$



Ejemplo 2: En el plano bidimensional



RECUERDA

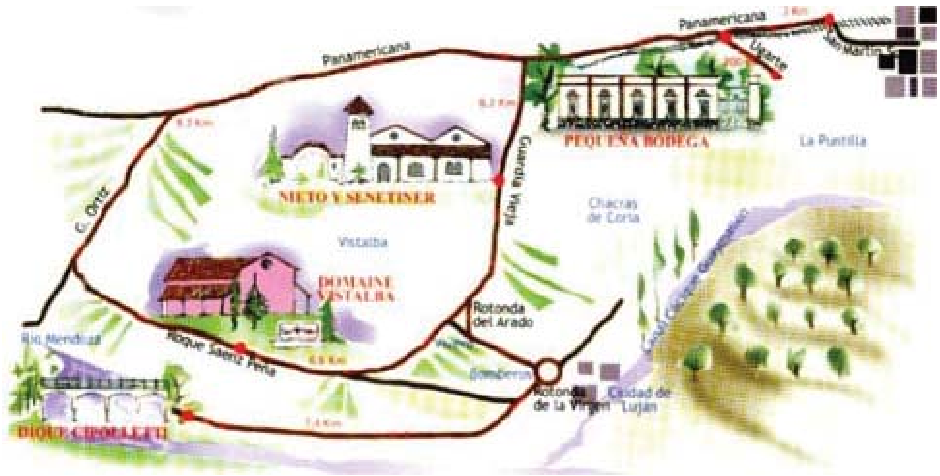
Un vector es un segmento orientado. Posee:

• *Intensidad:* representa las veces que incluye a la unidad. Esta indicado por la extensión del vector.

• *Dirección:* está indicada por la recta que sostiene al vector.

• *Sentido:* es hacia donde se dirige. Representado por la flecha.

Observa la siguiente imagen:



Representa el circuito de las bodegas. Si se sale de un punto del circuito para llegar a otro se puede ir por dos caminos en ese caso la distancia recorrida no es la misma. Pero el desplazamiento es el mismo y está indicado por la flecha.

Destacamos dos conceptos importantes aquí:

- *Trayectoria:* es el camino recorrido por un cuerpo al moverse, es decir, es el conjunto de puntos del espacio que va ocupando sucesivamente a medida que transcurre el tiempo.

- *Desplazamiento:* cuando un objeto cambia de posición desde un punto x_1 al punto x_2. Se lo designa como "vector desplazamiento" que tiene origen en x_1 y extremo en x_2.

El desplazamiento lo calculamos a partir de la siguiente expresión:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$$

Se lee: el vector desplazamiento es igual a la diferencia entre la posición final y la posición inicial del objeto.

(El símbolo Δ es la letra griega "delta" que siempre indica variación de la magnitud que la acompaña)

$\vec{x}_f$ = posición final del objeto
$\vec{x}_i$ = posición inicial del objeto

Esta definición evidencia que el desplazamiento es positivo si la posición final es mayor que la posición inicial. Cuando trabajamos con movimientos en una dimensión, un cuerpo se puede desplazar solamente en dos sentidos y se diferencian por los signos + (más) y − (menos).

Es de destacar que el desplazamiento es una **magnitud vectorial** cuyo origen es la posición inicial y el extremo es la posición final.

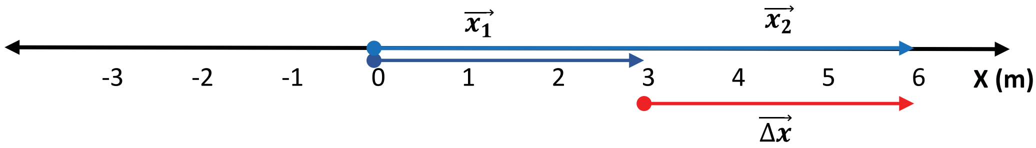
Veamos los siguientes ejemplos:

a) Calcular el desplazamiento de un cuerpo que pasa de la posición x_1 = 3m a la posición x_2= 6m.

b) Ídem para cuando el cuerpo pasa de la posición x_1= 7cm a la posición x_2=-3cm

Ejemplo 3

Gráficamente $\overrightarrow{x_1} = 3\,m$ $\overrightarrow{x_2} = 6\,m$

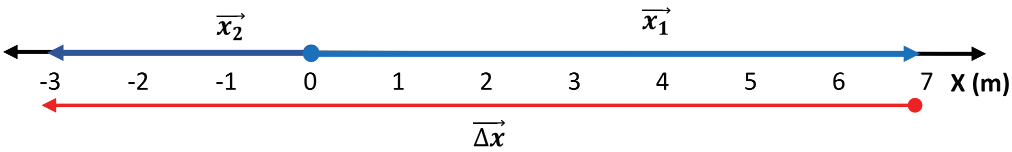


Analíticamente

$$\overrightarrow{\Delta x} = \overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1} = 6\,m - 3\,m = 3\,m$$

Ejemplo 4

Gráficamente $\overrightarrow{x_1} = 7cm$ $\overrightarrow{x_2} = -3cm$



Analíticamente

$$\overrightarrow{\Delta x} = \overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1} = -3cm - 7\,cm = -10cm$$

Longitud (o distancia) del camino recorrido por el móvil en la trayectoria.

Se denomina **distancia recorrida** o **longitud recorrida** por un móvil (en algunos textos aparece mal llamado como espacio recorrido), a la medida de la trayectoria.
Lo indicaremos como **"longt"**, es una **magnitud escalar** y es siempre positiva.

RECUERDA

Una magnitud es escalar cuando queda perfectamente definida por la cantidad y su unidad de medida.

Veamos el siguiente ejemplo de aplicación:

Entre tres posiciones diferentes, el desplazamiento total se puede calcular de las siguientes formas:

Siendo $\overrightarrow{x_1} = 5m \quad \overrightarrow{x_2} = -4m \quad \overrightarrow{x_3} = 3m$

$\Delta X_{total} = \overrightarrow{x_f} - \overrightarrow{x_i} \qquad \text{Long}_{total} = \left|\Delta X_{total}\right|$

Ó También como:

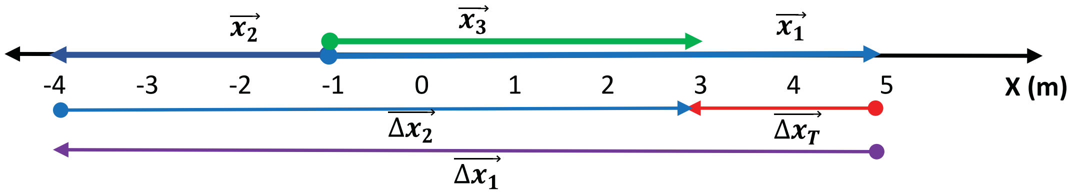
$\Delta X_1 = \overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1} \qquad \Delta X_{total} = \Delta X_1 + \Delta X_2$

$\Delta X_2 = \overrightarrow{x_3} - \overrightarrow{x_2}$

$\text{Long}_{total} = \left|\Delta X_1\right| + \left|\Delta X_2\right| =$

Ejemplo 5

$\overrightarrow{x_1} = 5\ m \qquad \overrightarrow{x_2} = -4\ m \qquad \overrightarrow{x_3} = 3\ m$



NOTA:

A) El desplazamiento total del cuerpo: se halla calculando la suma vectorial de los desplazamientos en cada intervalo o, también, simplemente hallando la diferencia entre la posición final y la inicial.

B) La longitud total recorrida: se calcula sumando los valores absolutos de los desplazamientos en cada intervalo.

En estas páginas hemos definido algunas ***magnitudes*** que usaremos con frecuencia en física, es importante hacer una diferencia entre ellas.

Magnitudes escalares: quedan perfectamente determinadas al señalarse la medida y la unidad correspondiente. Por ejemplo: 4 m; 2 l; 45 km; 60 seg.; etc.

Magnitudes vectoriales: necesitan, además del número y de la unidad, una dirección y un sentido. Por ejemplo: la fuerza, la velocidad, la aceleración, el desplazamiento, etc.

> Para realizar las mediciones se necesita determinar un sistema de unidades.
> Las medidas poseen una cantidad y una unidad de medida que se fija en forma convencional. Existes tres sistemas de medida: Sistema MKS; sistema cgs y el sistema internacional SI que es el que utiliza la ciencia.
> Las magnitudes que se determinan como fundamentales son la masa, la longitud y el tiempo. Las otras derivan de estas.

Sistemas	Magnitudes Fundamentales	Símbolos	Unidades	Símbolos
Cegesimal o c.g.s	Longitud Masa Tiempo	l m t	**C**entímetro **G**ramo **S**egundo	cm g s
M.K.S	Longitud Masa Tiempo	l m t	Metro **K**ilogramo **S**egundo	m kg s
S.I	Longitud Fuerza Tiempo	l f t	**M**etro **K**ilogramo-fuerza **s**egundo	m kgf s

EJERCITACIÓN

1. Dadas las siguientes posiciones:

a) Calcular gráfica y analíticamente el desplazamiento y la longt , en cada caso.
Marcar con diferentes colores los vectores posición sobre el eje x.

a) x_1= 3cm ; x_2= 7 cm	e) x_1= 2m ; x_2=-5m ; x_3= -7m
b) x_1= 6 cm ; x_2= -2 cm	f) x_1= -3m ; x_2= -1m ; x_3= 4m
c) x_1= -8 cm ; x_2= -4 cm	g) x_1= 5m ; x_2=-3m ; x_3= 2m
d) x_1= -3 cm ; x_2= 5 cm	h) x_1= -4m ; x_2 = 2m ; x_3= -5m

2. Susana y Martín viven en la misma calle, pero la casa de Susana es al 150 y la de Martín es al 620. La numeración de la calle se realizó de sur a norte por lo tanto consideraremos este sentido como positivo. Un día quedaron en juntarse en un café que queda en la misma calle al 480, pero Martín pasó a buscar a Susana por su casa antes de ir al café. De acuerdo a esto contesta:

a- ¿Cuál de los dos realizó un desplazamiento total mayor?

b- ¿Qué signo tienen los desplazamientos de cada uno?

c- ¿Se puede afirmar que el desplazamiento de Susana es igual a la longitud de la trayectoria? Justifique.

d- ¿Cuál de los dos tiene una longitud de la trayectoria mayor? Determina sus valores.

e- Representa gráficamente la situación planteada.

1.3. CONCEPTOS DE VELOCIDAD MEDIA Y RAPIDEZ MEDIA

En la vida diaria utilizamos constantemente las palabras **velocidad y rapidez** como sinónimos, pero ¿qué significado le damos en física?

Velocidad media

Definimos como velocidad media de la partícula en el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$, al cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo:

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

En forma dimensional expresamos: $[V] = \frac{[L]}{[T]}$

Es evidente que al ser Δt un escalar positivo (siempre $t_2 > t_1$), la velocidad media se representa mediante un **vector con igual dirección y sentido que el desplazamiento** $\Delta\vec{x}$.

En el caso particular de una trayectoria cerrada y cuando la partícula vuelve a pasar por el punto de partida, la **velocidad media (vector) resulta** $\rightarrow \vec{V}_m = 0$

La velocidad media es una magnitud vectorial cuya dirección y sentido coincide con la dirección y sentido del desplazamiento.

Rapidez media

Cuando consideramos la **longitud recorrida** ($long_t$) por el móvil en lugar del desplazamiento respecto del intervalo de tiempo transcurrido, lo que obtenemos es la ***rapidez media***. Esta es una magnitud escalar.

$$r_m = \frac{long_t}{tiempo}$$

Y sus unidades:

$$\left[\vec{V}_m\right]_{SI} = \frac{m}{s} \qquad \left[\vec{V}_m\right]_{cgs} = \frac{cm}{s}$$

Otras muy frecuentes:

$$\left[\vec{V}_m\right] = \frac{km}{h}$$

Velocidad instantánea

Si consideramos el intervalo de tiempo cada vez más pequeño de tal forma que tienda a cero, estamos hablando de la velocidad que posee un cuerpo en un instante determinado de tiempo.

$$\vec{V}_{inst.} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

1.4. REDUCCIÓN DE UN SISTEMA DE UNIDADES A OTRO

a) Expresar $40 \frac{km}{h}$ en $\frac{m}{s}$

Recordemos que : 1 km= 1000m   1 h=3600 seg

$$40 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 11{,}11 \frac{m}{s}$$

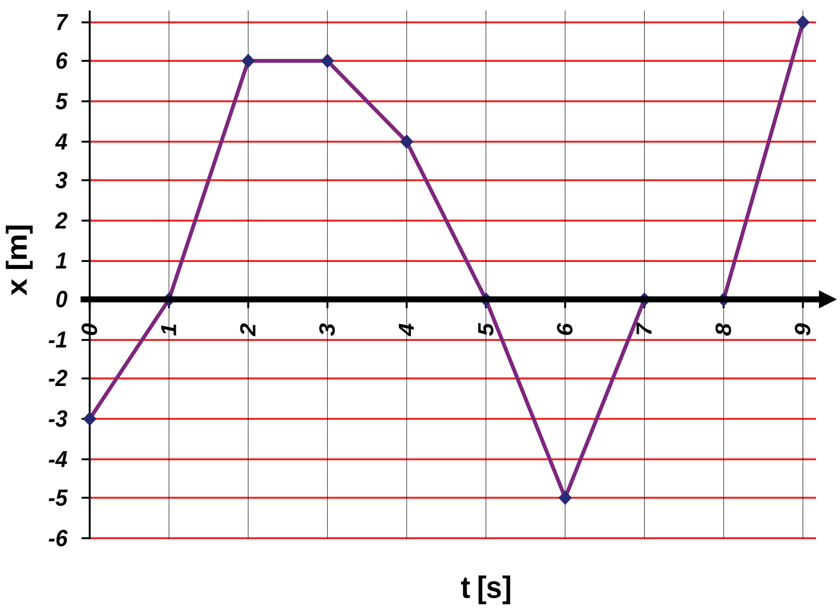
c) Expresar $50 \frac{m}{\min}$ en

Recordemos que : 1 min= 60 s

$$50 \frac{m}{\min} \times \frac{1\min}{60s} = 0{,}8333.. \frac{m}{s}$$

Ejemplo:

El siguiente gráfico ilustra la trayectoria de un móvil:



a) Calcula la velocidad media y la rapidez media de cada intervalo de 1 s.

b) Calcula la velocidad media y la rapidez media de todo el movimiento.

RESOLUCIÓN:

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} \qquad r_m = \frac{long_t}{tiempo}$$

Intervalo: $[0-1]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{0m-(-3m)}{1s} = 3\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 3\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[1-2]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{6m-0m}{1s} = 6\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 6\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[2-3]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{6m-6m}{1s} = 0\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 0\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[3-4]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{4m-6m}{1s} = -2\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 2\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[4-5]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{0m-4m}{1s} = -4\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 4\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[5-6]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{-5m-0m}{1s} = -5\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 5\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[6-7]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{0m-(-5m)}{1s} = 5\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 5\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[7-8]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{0m-0m}{1s} = 0\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 7\frac{m}{s}$$

Intervalo: $[8-9]s$

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{\Delta t} = \frac{7m-0m}{1s} = 7\frac{m}{s} \qquad r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X|}{1s} = 7\frac{m}{s}$$

Para todo el intervalo total:

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{x_f} - \overrightarrow{x_i}}{\Delta t} = \frac{7m - (-3m)}{9s} = 1,\widehat{1}\frac{m}{s}$$

$$\boxed{\overrightarrow{V_m} = 1,\widehat{1}\frac{m}{s}}$$

$$r_m = \frac{lon_t}{\Delta t} = \frac{|\Delta X_{total}|}{9s} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5| + |\Delta x_6| + |\Delta x_7| + |\Delta x_8| + |\Delta x_9|}{9s}$$

$$r_m = \frac{3m + 6m + 0m + 2m + 4m + 5m + 5m + 0m + 7m}{9s} = \frac{32m}{9s} = 3,\widehat{5}\frac{m}{s}$$

$$\boxed{r_m = 3,\widehat{5}\frac{m}{s}}$$

EJERCITACIÓN

1. Un móvil sobre una carretera recta inicia su recorrido en la posición x_1=0 km en un tiempo t_1= 0h, alcanza la posición x_2= 200km y luego regresa a x_3= 150km, empleando para todo el recorrido un tiempo de 4h. Calcula la velocidad y la rapidez media de todo el intervalo.

2. Un atleta recorre la mitad de su trayectoria en 20 minutos y la segunda mitad en 30 minutos. Si el recorrido total es de 38 km. ¿Cuál es la rapidez media del atleta?

3. Un auto viaja de la ciudad A a la ciudad B separado 120 km, en 3 h y regresa en 4h. Calcula la velocidad y la rapidez media en todo el intervalo.

4. El siguiente gráfico ilustra la trayectoria de un móvil:

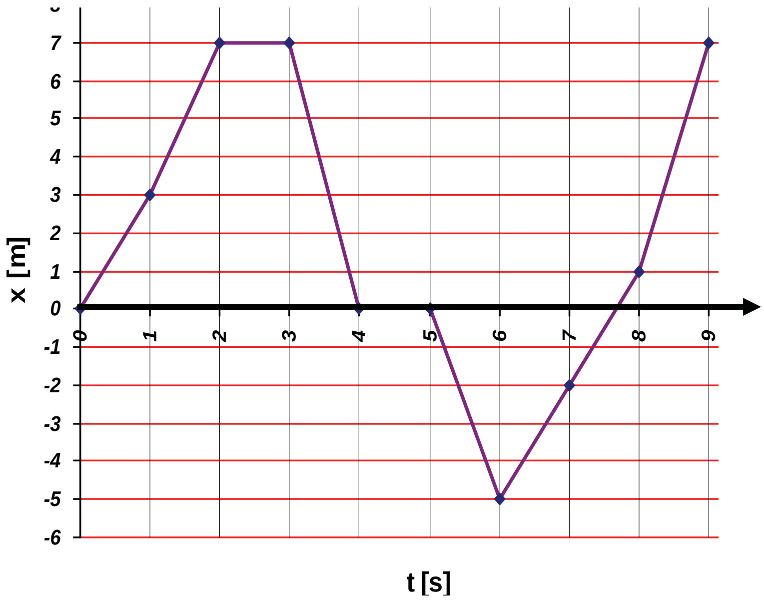
Calcular:

a- La velocidad media en cada intervalo.

b- La velocidad media total.

c- El distancia total recorrida

d- La rapidez media total.



1.5. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U)

Es movimiento más simple que estudia la cinemática y se define como aquel movimiento que se efectúa sobre una trayectoria rectilínea con **vector velocidad constante.**

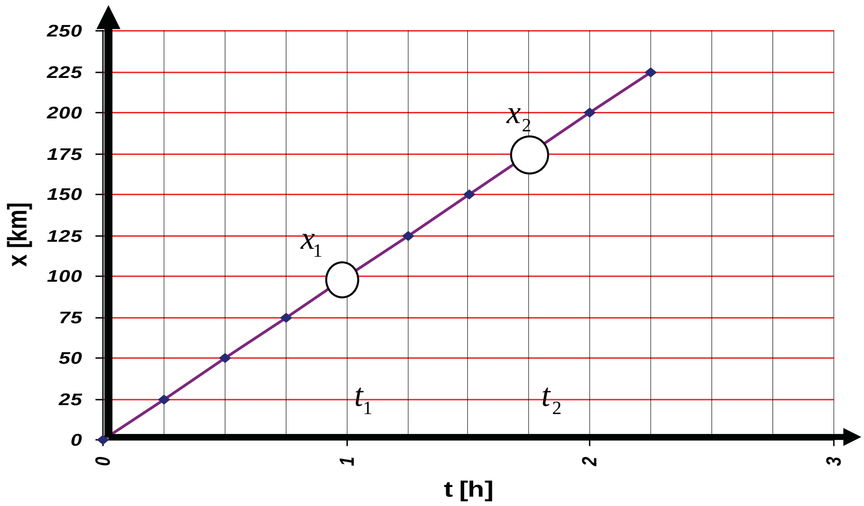
Afirmar que la velocidad es constante es afirmar que el **módulo, la dirección y el sentido** de la velocidad del móvil no cambian. Por lo tanto, también su **rapidez** será constante.

Cuando señalamos que la rapidez de un móvil es constante, afirmamos que recorre longitudes iguales en tiempos iguales.

Si decimos, por ejemplo, que mantiene una velocidad constante de 100 km/h, sabemos que recorre 100 km en 1 hora, 50 kilómetros en media hora, 25 kilómetros en 15 minutos, 200 kilómetros en 2 horas. . .

El tiempo transcurrido y la longitud recorrida son directamente proporcionales: si pasó la mitad de tiempo, la longitud recorrida será la mitad; si el intervalo de tiempo se duplica, la longitud recorrida será el doble, etc.

Podemos graficar cómo varía la posición del móvil en función del tiempo transcurrido, suponiendo que parte del origen de coordenadas, y observamos que los puntos se ubican sobre una recta como la representada en el siguiente gráfico:



Grafica posición respecto tiempo

Si se observa la gráfica se concluye que:
los movimientos que se realizan a velocidad constante determinan una recta en el gráfico posición respecto del Tiempo.

En este tipo de movimiento la velocidad media es siempre igual a la instantánea y su módulo es siempre igual a la rapidez.

Leyes del M.R.U

1° Ley (de la rapidez)

Surge directamente de la definición de M.R.U

$$V = cte$$

Pudiendo ser :

$$\begin{cases} v > 0 \\ v < 0 \end{cases}$$

2° Ley (de la posición)

Según la expresión:

$$\vec{V}_{inst.} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Pero ahora esta rapidez es constante, por lo cual da igual evaluarla en un intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ que tiende a cero, como en cualquier intervalo finito $(t_2 - t_1)$.

En el M.R.U, la rapidez instantánea coincide con la media.

$$\Rightarrow v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (1)$$

Si consideramos a t_1 como **instante inicial** y lo simbolizamos con $\mathbf{t_0}$, a la posición inicial x_1 será conveniente simbolizarla con $\mathbf{x_0}$.

Del mismo modo, si t_2 es un **instante genérico** y, por ello, lo designamos **t**, a la posición genérica x_2 la designamos **x**.

O sea:

Si $t_1 = t_0 \longrightarrow x_1 = x_0$

$t_2 = t \longrightarrow x_2 = x$

con lo cual :

$$\Rightarrow v = \frac{x - x_0}{t - t_0} \longrightarrow x - x_0 = v.(t - t_0)$$

Pero desde que lo usual es tomar como **instante inicial** $\mathbf{t_0}$ a aquel en el que "se pone en marcha un cronómetro", la expresión anterior se simplifica haciendo $\mathbf{t_0 = 0}$

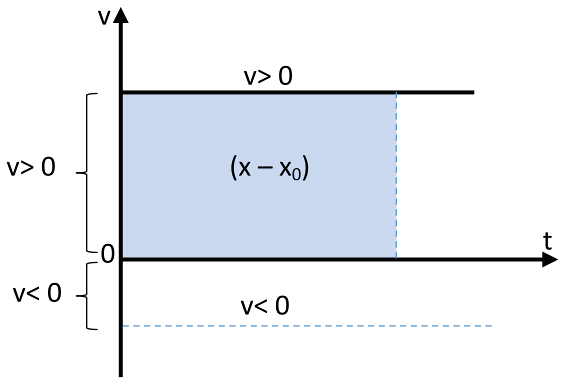
Resulta entonces: $x - x_0 = v.t$

Y la 2° ley se expresa $\boxed{x = x_0 + v.t}$ (2)

Representaciones gráficas

Para la 1° Ley: $\boxed{V = cte}$

Como puede ser $V < 0$ ó $V > 0$, en un sistema de ejes v=f(t), podríamos tener:



IMPORTANTE

Se puede ver que, de acuerdo con el área del rectángulo sombreado, bajo la gráfica de v=f(t) y el intervalo de tiempo comprendido entre 0 y t, representa el cambio de posición $(x- x_0)$.

Para la 2° Ley: $\boxed{x = x_0 + v.t}$ (3)

Escrita en la forma
Se puede comparar con la ecuación de la recta

$$\begin{cases} \mathbf{x= v.t +x0} \\ \mathbf{y=mx + b} \end{cases}$$

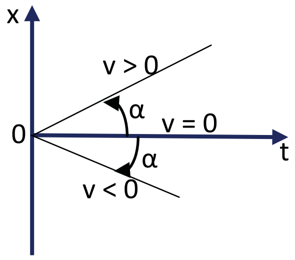
De esa manera se advierte que la representación de x=f(t) en un sistema de ejes cartesianos es una línea recta con:

$$\begin{cases} \text{Ordenada al origen:} & b = x_0 \\ \text{Pendiente:} & m= tg\alpha = v \end{cases}$$

Observaciones:

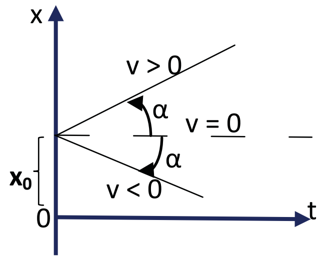
Como la velocidad puede ser: v> 0; v< 0 ó v=0. La inclinación de la recta es hacia arriba, hacia abajo o coincide con el eje del tiempo.

Igualmente con la posición inicial x0 <0; x>0 ó x=0.



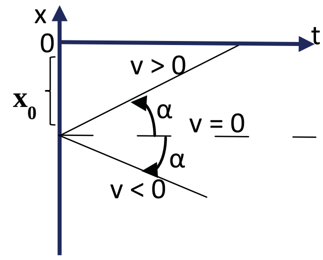
(a)

Posición Inicial $\mathbf{x_0= 0}$



(b)

Posición Inicial $\mathbf{x_0> 0}$



(c)

Posición Inicial $\mathbf{x_0<0}$

Aplicaciones:

1) Realizar las gráficas de posición y velocidad respecto del tiempo (x=f(t) y v=f(t)), para los siguientes datos:

V= 5 km/h ; x0 = 4 km y Δt= 5h

Resolución:

Siendo
x= v.t +x0 v=cte= 5 km Δt= 5 h

x_0= 4 km+ 5km/h. 0h= 4km

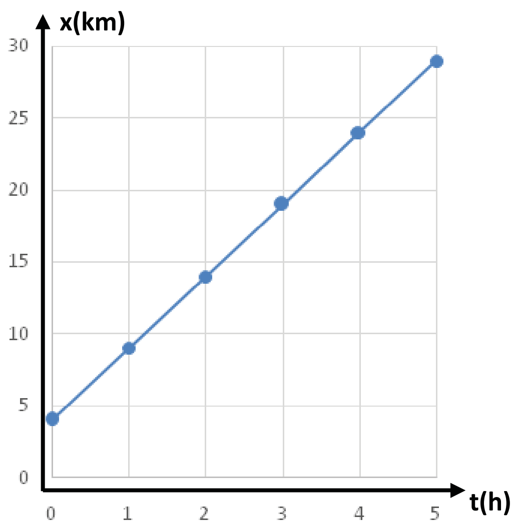
x_1= 4 km+ 5km/h. 1h=9km

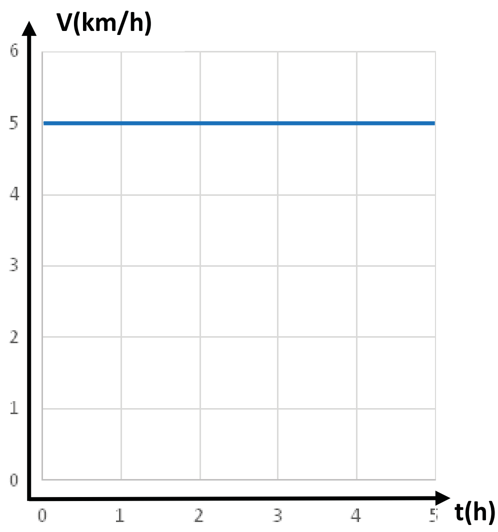
x_3= 4 km+ 5km/h. 2h=14 km

x_4= 4 km+ 5km/h. 3h=19 km

x_5= 4 km+ 5km/h. 4h=24 km

x_6= 4 km+ 5km/h. 5h=29km





EJERCITACIÓN

1. Grafica x (t) y v (t) para los siguientes casos:

a) v= -2 m/s ; $x_0 = 6$ m ; $\Delta t = 10$s.

b) v= -4 km/h ; $x_0 = 0$ km ; $\Delta t = 6$ h.

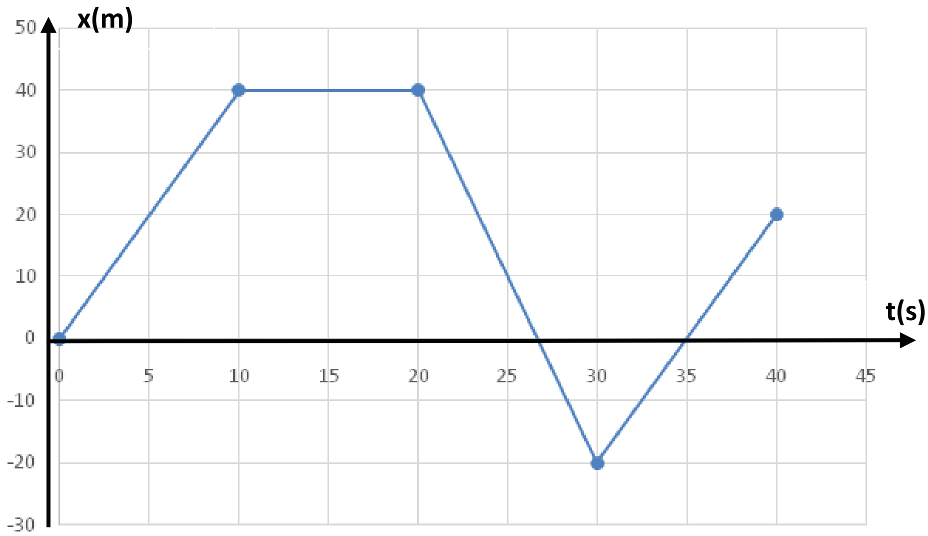
2. El siguiente gráfico muestra las sucesivas posiciones que ocupa un móvil en un intervalo de tiempo (Δt= 40 s). Calcular:

a) La velocidad media en cada intervalo.

b) La velocidad media total.

c) El distancia total recorrida.

d) La rapidez media total



3. ¿Cuál es la velocidad de un móvil que con movimiento uniforme, ha demorado 5 s para recorrer una distancia de 120 cm?. Expresar el resultado en m/s.

4. La velocidad de un avión es de 980km/h y la de otro es de 300m/s. ¿Cuál de los dos tiene mayor módulo de la velocidad?

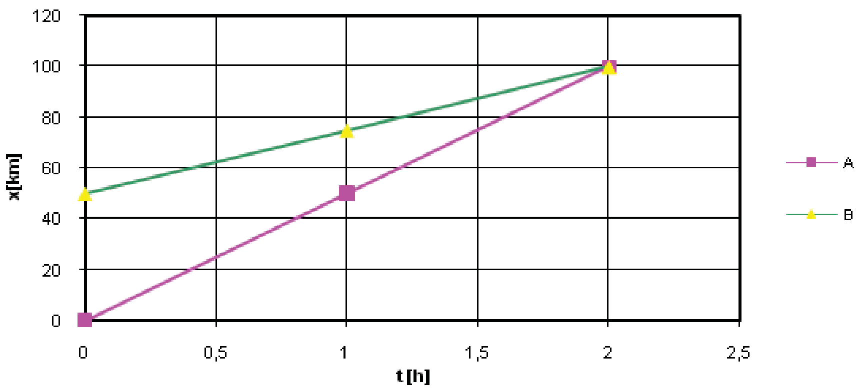
5. ¿Cuánto tarda un vehículo en recorrer 600 km con velocidad constante de 12 m/s?

6. El sonido se propaga en el aire a una velocidad de 340m/s. ¿Qué tiempo tarda en escucharse el estampido de un cañón situado a 15 km?

7. Dos móviles A y B se desplazan en una misma carretera tal como lo ilustra el gráfico. Calcular:

a) La velocidad de cada uno

b) Longitud recorrida por cada móvil.



Problemas de encuentro

Dos trenes parten de dos ciudades "A" y "B", distanciadas entre sí 600 km, con velocidades de 80 km/h y 100 km/h respectivamente, pero el tren que sale de la estación "A" *sale dos horas antes.*

¿Qué tiempo después de haber salido de "B" y a qué distancia de "A" se encuentran?

Solución:

Ambos móviles se desplazan con v=cte (M.R.U), por lo tanto, planteamos la ecuación horaria de la posición a ambos móviles:

$$x = x_0 + v.t$$

Móvil "A"	Móvil "B"
V_A= 80 km/h	V_B= 100 km/h
X_{0A}= 0 km	X_{0B}= 600 km

- La ecuación horaria para cada móvil es:

$X_A = x_{0A} + v_A.t$ (1) $\qquad$ $X_B = x_{0B} + v_B.t$ (2)

X_A= okm+ 80km/h. (t +2h) $\qquad$ X_B= 600km - 100km/h.t

(el signo negativo de la velocidad del móvil B, es porque se mueve en sentido contrario, va desde B hacia A. El móvil A sale 2 h antes de la estación)

• Igualamos ambas expresiones porque se van a encontrar en un punto de la trayectoria

$$x_A = x_B$$

$$\begin{aligned} 0km + 80km/h.(t+2h) &= 600km - 100km/h.t \\ 80km/h.t + 160\ km &= 600km - 100\ km/h.t \\ 80\ km/h.t + 100\ km/h.t &= 600\ km - 160\ km \\ 180\ km/h.\ t &= 440\ km \end{aligned}$$

$$t = \frac{440km}{180km/h} = 2{,}44h \qquad \boxed{T=2{,}44\ h}$$

Se encontrarán ambos móviles 2,44h después de haber salido de "B"

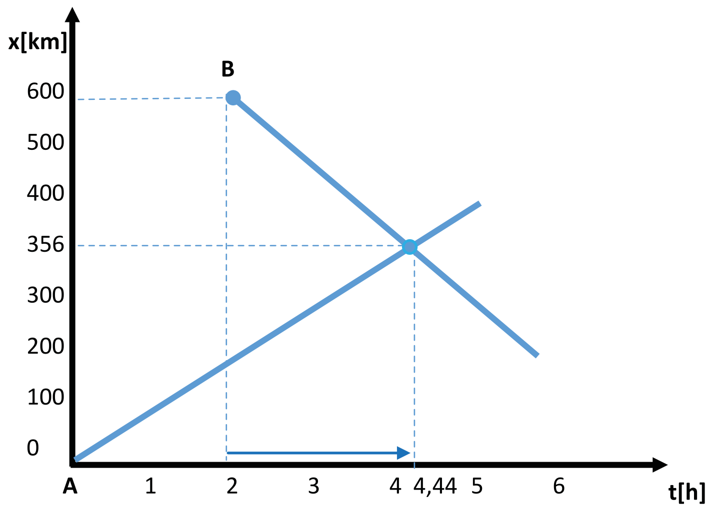
• Reemplazamos este valor de t en ambas expresiones (1) y (2), para encontrar el valor de la posición.

$$X_A = 80km/h.(t+2h) = 80\ km/h.(2{,}44\ h + 2h) = 356\ km$$

$$X_B = 600km/h - 100km/h.\ 2{,}44\ h = 356\ km \qquad \boxed{X = 356\ km}$$

Se encontrarán a 356 km de la estación "A".

A continuación mostramos la gráfica:



Ejercicios

1. Dos estaciones A y B están separadas 430 km. De A sale un tren hacia B con velocidad de 40 km/h y 2h, más tarde sale un tren de B hacia A con velocidad de 30 km/h. Calcular a qué distancia de A se cruzan y qué tiempo después de haber partido el segundo tren.

2. Dos trenes parten de dos ciudades A y B distantes entre sí 500 km, con velocidades de 90 y 60 km/h respectivamente. Pero el de B sale una hora antes. ¿Cuándo se encontrarán y a qué distancia?

a- Si viajan en sentido contrario, desde A hacia B.
b- Si viajan en el mismo sentido, desde A hacia B.

3. Andrés va en su bicicleta, con velocidad constante de 14 km/h, en una calle rectilínea, siguiendo a Karina, que va corriendo en el mismo sentido, a 5 km/h, también con velocidad constante. Si inicialmente estaban distanciados 100 m, hallar cuánto tiempo después la alcanzará, y qué distancia avanzó cada uno. Trazar gráficos posición – tiempo y velocidad – tiempo.

1.6. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO. M.R.U.V.

Decimos que un cuerpo está acelerado cuando su velocidad cambia con el tiempo: puede cambiar su rapidez (aumentar o disminuir el módulo de la velocidad), su dirección y sentido, o ambas cosas a la vez.

Consideremos, entre todos los movimientos variados que podamos imaginar, el más sencillo: es el que llamamos **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es decir, que tiene una trayectoria recta y una aceleración constante. Para este movimiento, el módulo de la velocidad cambia una magnitud fija en intervalos de tiempo fijos, pero su dirección y sentido permanecen constantes.** A partir de ahora cuando hablamos de cambios en la velocidad solo nos referiremos a su módulo.

RECUERDA

La aceleración es una magnitud vectorial.

Por ejemplo: si un cuerpo marcha con una aceleración constante y su velocidad aumenta 20 m/s en 10 segundos, podemos conocer cuánto aumentará la velocidad en cualquier lapso: 10 m/s en 5 segundos, 40 m/s en 20 segundos. Es decir, el tiempo transcurrido y el cambio en la velocidad son directamente proporcionales.

Esa variación de la velocidad por cada unidad de tiempo se denomina **"aceleración".**

Leyes del M.R.U.V

1° Ley (de la aceleración)

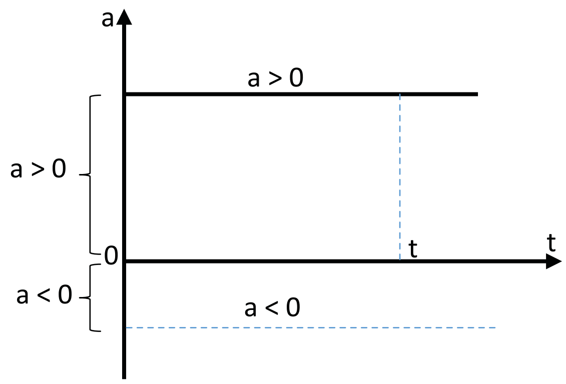
Surge directamente de la definición de M.R.U.V

$$\boxed{a = cte}$$

Pudiendo ser:

- $a \rangle 0$ Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
- $a \langle 0$ Movimiento rectilíneo uniformemente desacelerado

Veamos cómo es esto gráficamente:



Y sus unidades:

$$[\vec{a}]_{SI} = \left[\frac{m}{s^2}\right] \qquad [\vec{a}]_{cgs} = \left[\frac{cm}{s^2}\right]$$

Otras :

$$[\vec{a}] = \left[\frac{km}{h^2}\right]$$

2° Ley (de la rapidez)

Al ser a= cte, su valor instantáneo coincide con su valor medio, por lo cual:

$$\boxed{a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}} \qquad (4)$$

Haciendo nuevamente:

$$t_1 = t_0 \Rightarrow v_1 = v_0$$
$$t_2 = t \Rightarrow v_2 = v$$

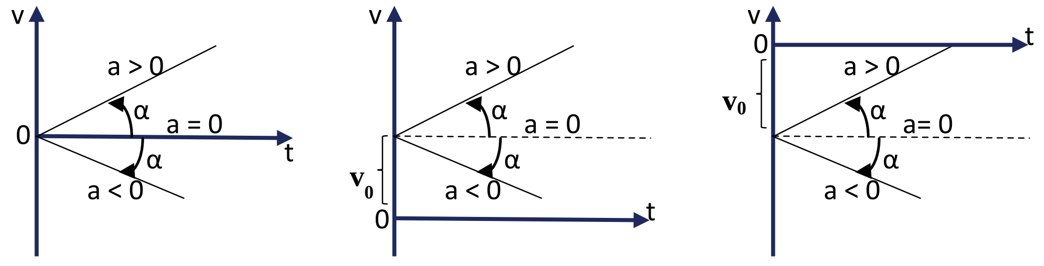
Resulta:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v - v_0 = a.(t - t_0)$$

Y considerando, como es usual, $t_0 = 0$

$$\boxed{v = v_0 \pm a.t} \qquad (5)$$

Desde que tanto v_0 como a pueden ser positivas, negativas o nulas, las representaciones posibles son las que muestra la siguiente gráfica:



(a) Posición Inicial **v_0= 0**

(b) Posición Inicial **v_0> 0**

(c) Posición Inicial **v_0<0**

3° Ley (de la posición)

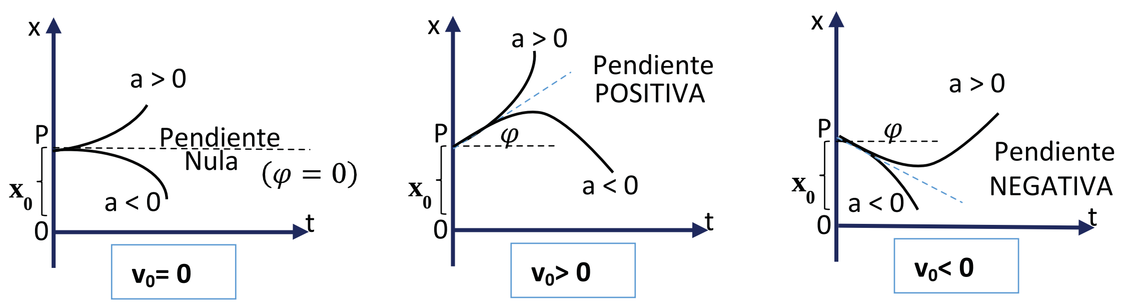
La fórmula de posición en función del tiempo en el M.R.U.V es:

$$\boxed{x = x_0 \pm v_0.t \pm \frac{1}{2}.a.t^2} \quad (6)$$

La representación gráfica de esta ecuación es una parábola de eje vertical y con características distintivas dadas por los coeficientes:

$$\frac{1}{2}a; v_0; x_0$$

Veamos las gráficas siguientes considerando $x_0 \rangle 0$



(a) **(b)** **(c)**

Rapidez en función de la posición

Otra fórmula sumamente útil, que nos dará la rapidez en función de la posición:

$$\boxed{v^2 = v_o{}^2 + 2.a.(x - x_o)} \quad (7)$$

1.7. RESUMEN DE FÓRMULAS

$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$ (DESPLAZAMIENTO) $Long_{total} = |\Delta X_{total}|$

M.R.U

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$ (VELOCIDAD MEDIA)

$$r_m = \frac{long_t}{tiempo}$$

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$ (VELOCIDAD INSTANTÁNEA)

$x = x_0 + v.t$ (POSICIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO)

M.R.U.V

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$ (ACELERACIÓN INSTANTÁNEA)

$$v = v_0 + a.t$$ (RAPIDEZ EN FUNCIÓN DEL TIEMPO)

- **Si $v_0 = 0$ → $v = a.t$**

$X = x_0 \pm v_0.t \pm \frac{1}{2}.a.t^2$ (POSICIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO)

- Si **$v_0 = 0$ y $x_0 = 0$** → $X = \pm\frac{1}{2}.a.t^2$

despejando de la ecuación “a” queda:

$$a = \frac{2.x}{t^2}$$

También podemos despejar “t” :

$$a = \frac{2.x}{t^2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2.x}{a}}$$

Rapidez en función de la posición

$$v^2 = v_0^{\ 2} \pm 2.a.(x - x_0)$$

- Si $v_0=0$, $x_0=0$ la ecuación queda:

$$v^2 = \pm 2.a..x$$

Despejando "x" de la ecuación:

$$x = \frac{v^2}{2.a}$$

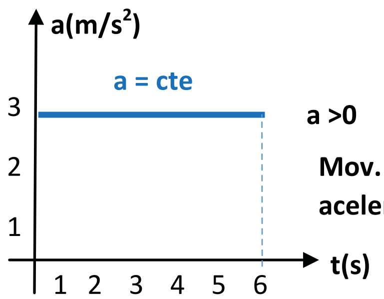
Despejando "a" de la ecuación:

$$a = \frac{v^2}{2.x}$$

1.8. EJERCITACIÓN

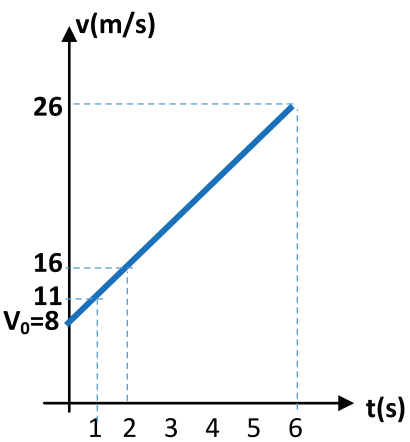
1. Realiza las gráficas de: a (t); v(t) y x(t). Conociendo las condiciones iniciales, identifica si es un movimiento acelerado o desacelerado.

a) x_0= - 5m ; v_0= 8m/s; a= 3m/s2; Δt= 6s



a >0

Mov. Rect. uniformemente acelerado

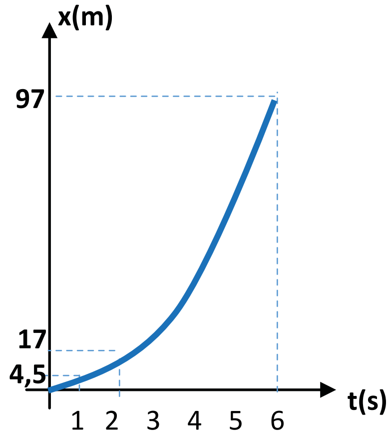


$$\boldsymbol{v = v_0 + a.t}$$

$$\boldsymbol{t = 1s \qquad v = 8\frac{m}{s} + 3\frac{m}{s^2}.1s = 11\frac{m}{s}}$$

$$\boldsymbol{t = 2s \qquad v = 8\frac{m}{s} + 3\frac{m}{s^2}.2s = 16\frac{m}{s}}$$

$$\boldsymbol{t = 6s \qquad v = 8\frac{m}{s} + 3\frac{m}{s^2}.6s = 26\frac{m}{s}}$$



$$x = x_0 + v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2$$

$$t = 1s \quad x = -5m + 8\frac{m}{s}.1s + \frac{1}{2}3.\frac{m}{s^2}.1s^2 = 4,5\,m$$

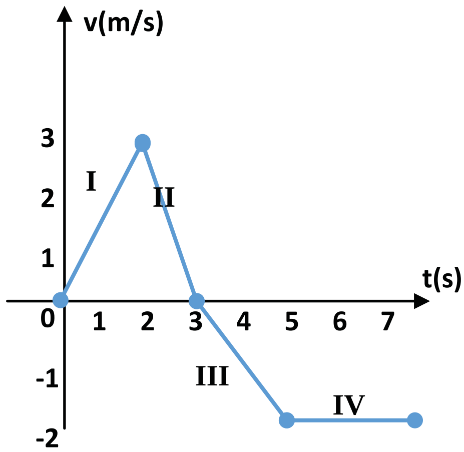
$$t = 2s \quad x = -5m + 8\frac{m}{s}.2s + \frac{1}{2}3.\frac{m}{s^2}.4s^2 = 17\,m$$

$$t = 6s \quad x = -5m + 8\frac{m}{s}.6s + \frac{1}{2}3.\frac{m}{s^2}.36s^2 = 97\,m$$

b) x0= 6m ; v0= -10 m/s; a= 5m/s2; Δt= 5s

c) x0= 3m ; v0= 4 m/s; a= -3m/s2; Δt= 5s

2. En el siguiente gráfico, identifica los tramos en que el móvil acelera, desacelera o mantiene su velocidad constante. En todos los tramos calcula su aceleración.



$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Tramo I: $[0-2]s$

$$a = \frac{3\,{}^{m}\!/_{s} - 0\,{}^{m}\!/_{s}}{2s} = \frac{3\,{}^{m}\!/_{s}}{2s} = 1,5\frac{m}{s^2}$$ M.R.U.Acelerado

Tramo II: $[2-3]s$

$$a = \frac{0\,{}^{m}\!/_{s} - 3\,{}^{m}\!/_{s}}{1s} = -3\frac{m}{s^2} =$$ M.R.U desacelerado

Tramo III: $[3-5]s$

$$a=\frac{-2\,{}^{m}\!/\!{}_{s}-0\,{}^{m}\!/\!{}_{s}}{2s}=-1\frac{m}{s^{2}}\quad=$$ M.R.U desacelerado

Tramo IV: $[5-7]s$

$$a=\frac{-2\,{}^{m}\!/\!{}_{s}-(-2)\,{}^{m}\!/\!{}_{s}}{2s}=0\frac{m}{s^{2}}$$ M.R.Uniforme velocidad constante.

3. ¿Qué velocidad inicial debe tener un móvil cuya aceleración es de 2 m/s^2, para alcanzar una velocidad de 90 km/h a los 4 s de su partida?

4. Un tren lleva una velocidad de 16 m/s, frena y se detiene en 12 s. Calcula su aceleración y la distancia recorrida desde que comienza a frenar.

5. Un móvil parte del reposo y a los 30 m tiene una velocidad de 6m/s.calcula su aceleración y el tiempo transcurrido en alcanzar dicha velocidad.

6. Un móvil se desplaza con velocidad de 72 km/h frena con una desaceleración constante y se para en 9 s. ¿Qué distancia durante ese intervalo de tiempo?

7. Un móvil parte del reposo y con una aceleración de 3m/s^2, recorre 150 m. ¿En cuánto tiempo realizó el recorrido y con qué velocidad final llegó?

Física

Ingreso 2018

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

itu
INSTITUTO TECNOLÓGICO
UNIVERSITARIO