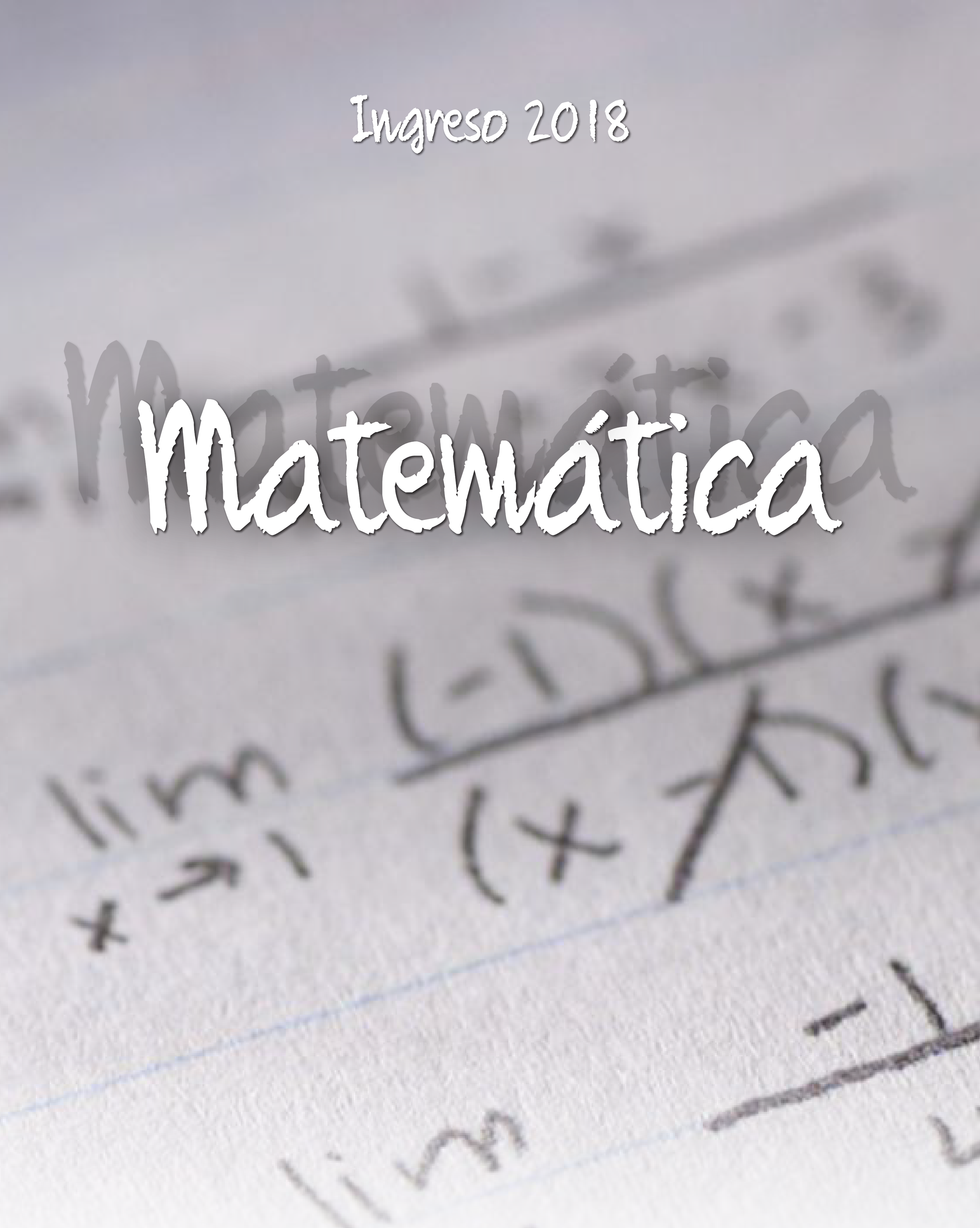
Ingreso 2018



Matemática

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

itu
INSTITUTO TECNOLÓGICO
UNIVERSITARIO

Autoridades de la UNCuyo

Rector
Ing. Agr. Daniel Ricardo Pizzi

Vicerrector
Dr. Prof. Jorge Horacio Barón

Secretaria Académica
Prof. Esp. Adriana García

Autoridades del ITU

Directora General
Lic. Prof. Mariana Castiglia

Secretaria de Extensión y Relaciones Institucionales
Lic. Adriana Defacci

Secretario de Administración y Finanzas
Cdor. Pedro Suso

Responsable del Área de Gestión Pedagógico-Didáctica
Lic. Prof. Eleonora Valdivieso

Directores y coordinadores

Área de Tecnologías de la Producción
Ing. Jorge García Guibout

Mendoza
Ing. Jorge García Guibout

Ing. Gloria Tutera
Ing. Alejandro Fernández
Lic. Rosa Villegas
Ing. Fernando Castro
Ing. Nelson Mocayar

Luján de Cuyo
Mgter. Nora Metz

Rivadavia
Lic. Guillermo Barta

San Martín
Lic. Eduardo Ferrer

General Alvear y San Rafael
Ing. Walter López

Tunuyán
Cdor. Oscar Niemetz

Coordinación de ingreso 2018
Esp. Marianela Aveni Metz

Equipo de producción de materiales de Matemática
Prof. Norma Castellino
Prof. Cecilia Faccendini
Prof. Graciela Martín
Ing. Patricia Weidmann

Diseño versión impresa y aula virtual
D.G. Noelia Díaz Puppato
D.G. Eduardo A. Lentini

Matemática

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

itu
INSTITUTO TECNOLÓGICO
UNIVERSITARIO

MÓDULO 1

Matemática

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

itu
INSTITUTO TECNOLÓGICO
UNIVERSITARIO

Índice

CONJUNTOS DE LOS NÚMEROS REALES

Conjuntos numéricos. Representación como intervalo en la recta numérica. Operaciones con números reales. Razones y proporciones.

Objetivos:

Al finalizar el módulo el estudiante podrá:

- Aplicar el concepto de intervalo en la recta numérica
- Operar con números reales en ejercicios concretos
- Utilizar la calculadora en la resolución de ejercicios
- Desarrollar criterio lógico en el uso de la calculadora
- Calcular porcentajes en situaciones de la vida cotidiana
- Reconocer porcentaje como una relación entre magnitudes directamente proporcionales

CONJUNTOS

¿Qué es un conjunto?

Definición

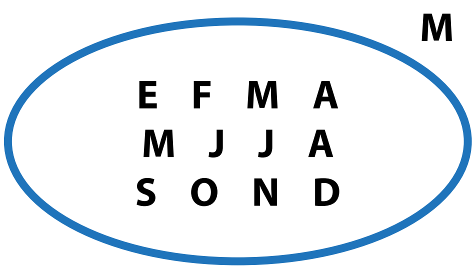
Un conjunto es una agrupación de elementos de la misma naturaleza.

¿Cómo se representa gráficamente?

Se simboliza con una letra mayúscula imprenta.
Gráficamente al conjunto se lo representa con una línea curva cerrada llamada Diagrama de VENN.

POR EJEMPLO

Conjunto de los meses del año → Meses = {E, F, M, A, M, J, J, A, S, O, N, D}



1.1. Operaciones entre conjuntos

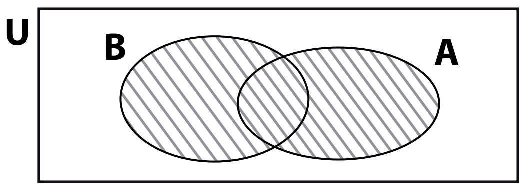
UNIÓN

Definición

La unión de los conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B.
Por comprensión se define la unión como: $A \cup B = \{x \ / \ x \in A \ \vee \ x \in B\}$

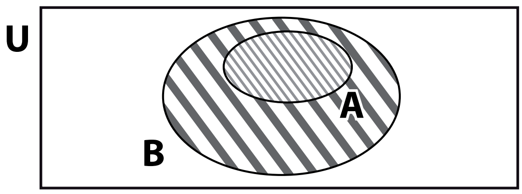
El símbolo $\vee$ se lee "o"

Representamos la unión en un diagrama de Venn



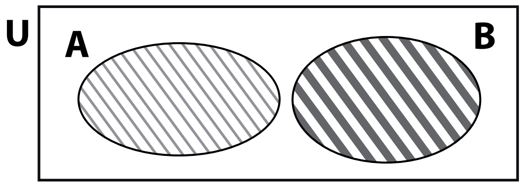
$A \cup B$

El conjunto A no está incluido en B
Los elementos que coinciden se ponen
una vez, no se repiten



$A \cup B$

El conjunto A está incluido en B



$A \cup B$

El conjunto A no tiene elementos
comunes con B. La unión son
todos los elementos de A y B.

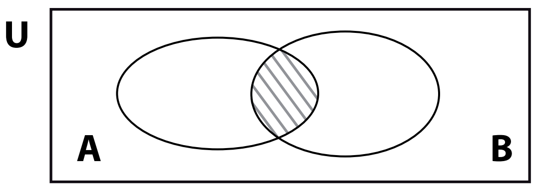
Nota: En un diagrama de Venn U es conjunto universal, que se representa con un rectángulo, y a los conjuntos con círculos.

INTERSECCIÓN

Definición

La intersección de los conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y al conjunto B.
Por comprensión se define la intersección como $A \cap B = \{x \ / \ x \in A \ \wedge \ x \in B\}$

El símbolo $\wedge$ se lee "y", vemos que la intersección tiene en cuenta los elementos comunes de ambos conjuntos



$A \cap B$

1.2. Conjuntos numéricos

Definición

Un conjunto numérico es una agrupación de números que cumplen con una serie de propiedades.

1.2.1. CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES

La noción de número y la de contar han acompañado a la humanidad desde la prehistoria. La causa para que el ser humano comenzara a contar surgió, fundamentalmente, de la necesidad de adaptarse al medio ambiente, proteger sus bienes y distinguir los ciclos de la naturaleza, porque percibían y observaban con cuidado los ritmos que ésta posee y su fina relación con las oportunidades de alimentación y, en general, con la conservación de la vida. Por ejemplo, los cazadores marcaban señales en un palo para saber cuántos animales habían abatido en la cacería.

Tuvieron que pasar muchos años para que el hombre fuera cambiando su forma de vida: de cazador y recolector, pasó a ser, además agricultor y ganadero. Por ejemplo, cuando un pastor llevaba sus ovejas a pastar al campo, metía una piedra en su alforja. Luego, cuando las encerraba después del pastoreo, la cantidad de animales debía coincidir con la cantidad de piedras guardadas. Por cada oveja que encerraba, sacaba una piedra de su alforja, si había más piedras que ovejas, significaba que alguna se había perdido. Comparando cantidades es como el hombre comenzó a construir el concepto de número.

Piedras usadas por los sumerios en el intercambio comercial. (Aproximadamente en el año 9000 AC)

El conjunto de los números naturales es aquel conjunto que permite contar. Su primer elemento es 1, a cada número natural le sigue otro que se obtiene agregándole o sumándole una unidad a este, dicho número es su sucesor, lo podemos esquematizar como:

$$\boxed{1} \rightarrow \boxed{1+1=2} \rightarrow \boxed{2+1=3} \rightarrow \ldots$$

2 es sucesor de 1

3 es sucesor de 2

n+1 es el sucesor de n

Un número natural y su sucesor se llaman consecutivos

De esta manera se construye el **conjunto de los Números Naturales** que utiliza el símbolo **IN.**

$$\mathbf{IN} = \{ 1,2,3,...,n,n+1,... \}$$

POR EJEMPLO

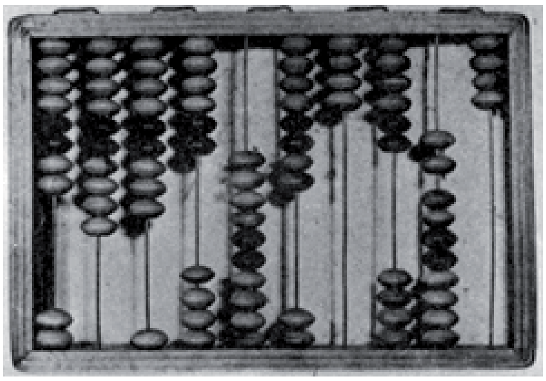
Si sumamos dos números naturales, obtenemos otro número natural 5+ 8 =13, si los restamos 5- 8 = -3, el resultado no es un número natural, por esta razón surge la necesidad de ampliar el conjunto de los números naturales a los números enteros.

1.2.2. CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Los números que hoy llamamos negativos, durante muchísimos años, fueron conocidos como "Números Falsos". En el Siglo V, en Oriente, se manipulaban números positivos y negativos utilizando ábacos, tablillas o bolas de diferentes colores. Cuando los grandes matemáticos de la época resolvían ecuaciones que daban resultados negativos, solían llamarlos absurdos porque aquéllas soluciones eran imposibles. Ya, mucho antes que ellos, los comerciantes chinos usaban en sus cuentas dos colores: los números de las deudas en color rojo y los que no lo eran en color negro.

Sin embargo, los indios fueron los primeros en interpretar los números positivos y negativos, como créditos y débitos, respectivamente, distinguiéndolos simbólicamente.

*A partir del siglo XV, algunos matemáticos muy conocidos comenzaron a utilizar los números negativos en sus trabajos. Stifel, popularizó el uso de los signos "+" y " -" para diferenciar los números positivos y negativos. Hasta entonces, se utilizaba la palabra latina minus que significa menos, o su abreviatura **m***



ÁBACOS ANTIGUOS

Vimos que la operación diferencia $5 - 8$, no puede efectuarse en los números naturales.

Para superar esta dificultad introducimos:

- el número cero 0
- para cada número natural a el número negativo $-a$, llamado *opuesto* de a

Los números naturales se denominan *enteros positivos* y sus opuestos, *enteros negativos*.

POR EJEMPLO

El opuesto del número 2 es el número negativo -2.
Los números enteros positivos, los números enteros negativos y el número cero, dan lugar al *conjunto de los Números Enteros*, al cual notaremos con **Z**.

$$\boxed{\mathbf{Z} = \{ \ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots \}}$$

En este nuevo conjunto, 0 es el *elemento neutro* para la suma, es decir:

$0 + a = a + 0$ para todo número entero a.

Las operaciones suma, resta, producto entre números enteros, da siempre otro número entero.

¿Qué pasa si queremos efectuar una división con números enteros?

$\frac{8}{2} = 4$ $\frac{-6}{3} = -2$ $\frac{4}{3} = \ ?$ Su resultado no es un número entero

Lo mismo sucede si hablamos de tres cuartos de kilogramo, dos toneladas y media o de medio año. Surge entonces la necesidad de ampliar el conjunto de los números enteros a los números racionales.

1.2.3. CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Todos los años, en el Antiguo Egipto, hacia el mes de julio, el río Nilo crecía e inundaba todas las tierras de labranza. Esto, por muy raro que parezca, era esperado con mucha alegría porque gracias a las inundaciones, el río dejaba sobre los campos una fina capa de elementos fertilizantes (el limo) que traía en sus aguas.

La inundación duraba hasta el mes de septiembre. En esas fechas, el faraón enviaba a los agrimensores a medir los campos para repartir los terrenos entre los campesinos.

Esta medición la hacían con cuerdas anudadas a una misma distancia. A los agrimensores les asaltó un gran problema: había veces que al medir un campo, sobraba o faltaba un trozo de cuerda, ellos tenían que verificar que cada campo tuviera un determinado número de cuerdas por cada lado, ya que era la unidad de medida con la contaban. Solucionaron este problema inventando un nuevo tipo de número, el fraccionario, que era la razón de dos números enteros.

En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci introdujo en Europa la barra horizontal para separar numerador y denominador en las fracciones. A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los conocemos hoy. A finales del siglo XVI, SimonStevin desarrolló y divulgó las fracciones decimales que se expresaban por medio de números decimales: décimas, centésimas, milésimas, etc., pero los escribía de una forma complicada. Por ejemplo: al número 456,765 lo escribía 456 (0) 7(1) 6(2) 5(3)

En el siglo XVII, aparecieron los números decimales tal y como los escribimos hoy: separando con un punto o una coma la parte entera de la parte decimal. Los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal en el siglo XVIII, concretamente en 1792.

Leonardo de Pisa

Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano o Leonardo Bigollo (ca. 1170 - 1250), también llamado Fibonacci, fue un matemático italiano, famoso por haber difundido en Europa el sistema de numeración arábiga actualmente utilizado, el que emplea notación posicional (de base 10, o decimal) y un dígito de valor nulo: el cero; y por idear la sucesión de Fibonacci.

Definimos el conjunto de los números racionales de la siguiente manera:

Definición

Los números racionales o fraccionarios se representan por el cociente de dos números enteros, llamados numerador y denominador respectivamente, siendo el denominador distinto de cero.

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \quad \text{con a y b enteros y } b \neq 0 \right\}$$

Notemos que todo número entero a es racional, pues se puede representar como la fracción $\frac{a}{1}$. Para esto introducimos, los números fraccionarios, que surgen de la razón o cociente entre dos números enteros $r = \frac{a}{b}$ donde a y b son enteros, con $b \neq 0$

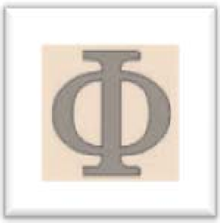
Los números racionales, tienen representación decimal exacta, esto significa que al dividir se obtiene un cociente y el resto es cero. Podemos decir que la escritura decimal de un número racional es, o bien un número decimal finito, o bien periódico.

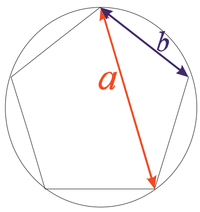
POR EJEMPLO

$\frac{3}{5} = 0{,}6$ y $\frac{5}{6} = 0{,}8333...$ en ambos casos el resto de la división es cero, pero en el segundo ejemplo la cifra decimal 3 se repite indefinidamente, este tipo de números fraccionarios se llaman periódicos.

1.2.4. CONJUNTO DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Los griegos, en el siglo VII a.C., descubrieron las magnitudes irracionales. Son números que no pueden ser expresados a través de una fracción. El origen de los números irracionales, fue motivado por el uso de cálculos geométricos que aparecían relacionados con el llamado **número áureo o número de oro**, que es el cociente entre la diagonal a, de un pentágono regular y el lado b del mismo.





Un número nada fácil de imaginar, que convive con la humanidad (porque aparece en la naturaleza y desde la época griega hasta nuestros días en el arte y el diseño), es el llamado número de oro o también sección áurea, proporción áurea, razón áurea o número de Fidias.

Se atribuye un carácter estético especial a los objetos que siguen la razón áurea, así como una importancia mística. A lo largo de la historia, se le ha atribuido importancia en diversas obras de arquitectura y artes.

Hombre de Vitruvio

Venus de Milo

El primer matemático en hacer un estudio formal sobre el número áureo fue Euclides, quién demostró que este número no puede ser descripto como la razón de dos números enteros, es decir, que es un número irracional. Otros dos números irracionales muy conocidos son π y e . El número π se define como la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Los antiguos egipcios (hacia 1600 a.C.) ya sabían que existía esta relación. Recién en el año 1761 Lambert demuestra formalmente que el número π es irracional.

El número irracional e aparece en un apéndice de un trabajo sobre logaritmos de Napier, no obstante, esta tabla no contenía el valor de la constante, sino que era simplemente una lista de logaritmos naturales calculados a partir de ésta. El "descubrimiento" de la constante está acreditado a Bernoulli. En el año 1727 Euler comenzó a utilizar la letra e para identificar la constante.

1.2.5. CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Definición

Todos los números racionales e irracionales forman el **conjunto de los números reales**, en símbolos **IR**.

Veamos la representación gráfica de todos los conjuntos explicados anteriormente.

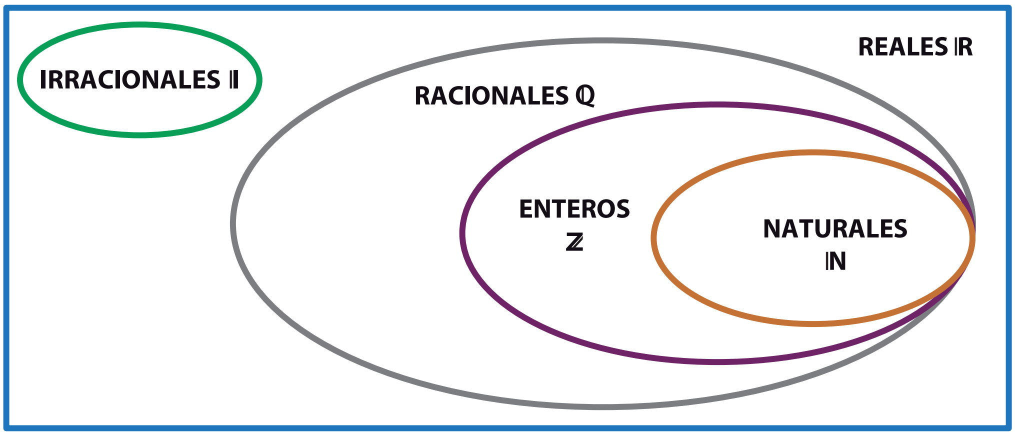


Gráfico Nº 1: Conjunto de los números reales

El diagrama anterior podemos esquematizarlo de la siguiente manera:

Números naturales: **N**
0 (cero)
Números negativos
} Números enteros: **Z**
Números fraccionarios
} Números racionales: **Q**
Números irracionales: **I**
} Números reales: **R**

Esquema Nº 1: Conjunto de los números reales

Los conjuntos numéricos o subconjuntos de ellos, se pueden definir por **comprensión** utilizando una expresión proposicional que caracteriza a los elementos, o por **extensión** cuando se nombran todos sus elementos. Si trabajamos con conjuntos numéricos, esto último solo se puede aplicar a los números naturales y enteros, dado que es posible conocer en estos conjuntos el elemento anterior y el posterior.

POR EJEMPLO

Si llamamos A al conjunto formado por los números naturales menores que 6, lo escribimos:

- Por comprensión $A = \{ x \,/\, x \in \mathbf{IN} \wedge x < 6 \}$
- Por extensión $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Vamos a ver relaciones y propiedades importantes entre conjuntos, que se necesitarán en el desarrollo del módulo: *Pertenencia e inclusión.*

PERTENENCIA

Definición

Cuando queremos establecer una relación entre elemento y conjunto.
La pertenencia se designa con el símbolo $\in$ y su negación $\notin$ indica la no pertenencia.

- En el ejemplo anterior: $2 \in A$ y $6 \notin A$

INCLUSIÓN

Definición

Se dice que un conjunto B está incluido en otro conjunto A, cuando todos los elementos de B pertenecen al conjunto A.
En símbolos: $B \subset A \Rightarrow B$ es un subconjunto de A

En el Gráfico Nº 1 podemos observar $\begin{cases} IN \subset Z \Rightarrow IN \text{ es un subconjunto de } Z \\ Q \subset IR \Rightarrow Q \text{ es un subconjunto de } IR \end{cases}$

POR EJEMPLO

$A \subset IN$ dado que todos los elementos de A pertenecen a IN, de la misma manera, podríamos decir que $A \subset Z$ dado que el conjunto de los números naturales está incluido en el conjunto de los números enteros.

EJERCITACIÓN

1. Si tenemos los conjuntos
$A = \{ x / x \in IN \wedge x < 5 \}$
$B = \{ x / x \in Z \wedge -5 \leq x \leq 5 \}$
$C = \{ x / x \in IN \wedge x < 3 \}$
$D = \{ x / x \in IN \wedge 3 < x < 6 \}$
podemos decir:

El elemento 5: $5 \notin A$; $5 \in B$; $5 \notin C$; $5 \in D$
El conjunto $A \subset B$; $C \subset A$; $D \not\subset A$

¿Habrán otras relaciones? ____
En caso afirmativo completar ______________________________________

2. Dados los conjuntos: $A = \{ x / x \in Z \wedge -5 \leq x < 3 \}$ y $B = \{ x / x \in Z \wedge x \leq 6 \}$

Marcar con una cruz verdadero o falso según corresponda. En caso de ser falso, justificar la respuesta

	VERDADERO	FALSO		VERDADERO	FALSO
$4 \subset A$			$-1 \in A$		
$5 \in B$			$\{1, 4, 6\} \subset B$		
$B \in A$			$\{3, 6, 9\} \in A$		
$\{-5, -4, -3\} \subset A$			$A \subset B$		

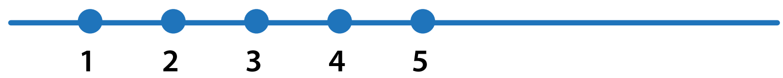
1.3. Representación de conjuntos numéricos en la recta

Hemos visto que los conjuntos numéricos o subconjuntos de ellos, se pueden definir por comprensión utilizando una expresión proposicional que caracteriza a los elementos, o por extensión ahora los representaremos en la recta numérica.

POR EJEMPLO

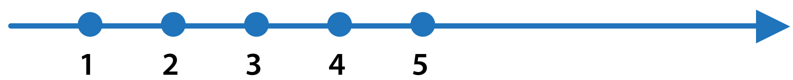
a. Para el conjunto $\mathbf{A = \{ x / x \in IN \wedge x < 6 \}}$ su representación en la recta es:

Gráficamente:



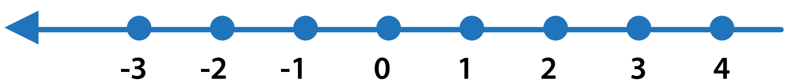
b. El conjunto $\mathbf{B = \{ x / x \in IN \}}$ está escrito por comprensión, y sus elementos son los números naturales, puede darse por extensión como $\mathbf{B = \{ 1, 2, 3, 4 \ldots \}}$ nótese que se han utilizado puntos suspensivos porque son infinitos los elementos del conjunto, en la recta se lo representa con una flecha, no obstante si se quiere seguir completando el conjunto lo podemos hacer dado que conocemos el sucesor.

Gráficamente:



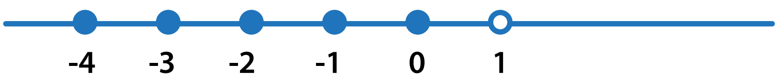
c. Consideremos $\mathbf{C = \{x / x \in Z \wedge x < 5 \}}$ los elementos del conjunto son números enteros.
Por extensión es $\mathbf{C = \{\ldots -3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 4\}}$ son infinitos sus elementos por eso ponemos puntos suspensivos.

Gráficamente:



d. Sea $\mathbf{D = \{x / x \in Z \wedge -4 \leq x < 1\}}$ en el conjunto vemos que el 4 está incluido, no así el número 1. En la recta cuando no se incluye un número natural o entero, se indica dejando el círculo sin rellenar.

Gráficamente:



EJERCITACIÓN

1. Definir por extensión los siguientes conjuntos. Representar en la recta.

a) **A** = { x / x $\in$ IN $\wedge$ 2 $\leq$ x $\leq$ 8 }
b) **B** = {x / x $\in$ Z $\wedge$ -3 < x $\leq$ 5 }
c) **C** = {x / x $\in$ Z $\wedge$ 6 $\leq$ x }

2. Definir por comprensión los siguientes conjuntos dados por extensión en Z:

a) **A** = { … 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }
b) **B** = { 0, 1, 2, 3, 4 }
c) **C** = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 … }

1.4. Intervalo real

Si ahora definimos un conjunto sobre los números reales **D = { x / x $\in$ IR $\wedge$ x < 6 }**, en este caso, es imposible nombrar los infinitos elementos de D, ni abusando de notaciones ya que no es factible nombrar dos reales consecutivos. Entre dos números cualesquiera de ellos hay infinitos números reales por más próximos que nos parezcan.

De aquí surge el concepto de **intervalo real: como una parte o subconjunto del conjunto IR.**

El conjunto D es el subconjunto que contiene a los infinitos reales menores a 6:
D =]-∞, 6 [lo escribimos como un **intervalo abierto** de números reales que se representa con un corchete invertido.

Si los representamos en la recta numérica:

Sea **P = {x / x $\in$ IR $\wedge$ - 3 $\leq$ x $\leq$ 6 }** subconjunto que contiene a los infinitos reales desde el número –3 hasta 6. **P = [-3, 6]** lo escribimos como el intervalo cerrado de –3 a 6.
En la recta numérica se pueden representar:

La razón de clasificar a los intervalos como abiertos o cerrados está relacionada con el hecho de que el elemento pertenezca o no al subconjunto, si decimos por ejemplo:

x < 5, 5 no pertenece al conjunto

en este caso lo denominamos intervalo abierto en 5, pero si decimos

x ≥ 2, 2 si pertenece al conjunto

lo denominamos intervalo cerrado en 2.
La notación que utilizaremos para designar los intervalos reales en general es corchete invertido cuando el intervalo es abierto en alguno de sus extremos; y corchete cuando el intervalo es cerrado en alguno de sus extremos.

$[a ; b] = \{x/x \in IR: a \leq x \leq b\}$ **INTERVALO CERRADO**

$]a ; b[= \{x/x \in IR: a < x < b\}$ **INTERVALO ABIERTO**

$]a ; b] = \{x/x \in IR: a < x \leq b\}$ **INTERVALO SEMIABIERTO A IZQUIERDA**

$[a ; b[= \{x/x \in IR: a \leq x < b\}$ **INTERVALO SEMIABIERTO A DERECHA**

Los intervalos se usarán con mucha frecuencia en la descripción del comportamiento de funciones y en la representación del conjunto solución de inecuaciones, entre otros.

EJERCITACIÓN

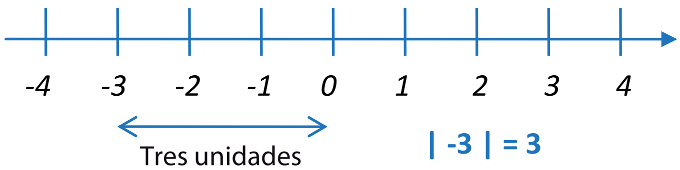
1. Expresar por comprensión los conjuntos dados por extensión en IR:

A =]- 5; 8]   B = [- 4 ; 20]   C = [3, ∞[D =]-∞, 10[

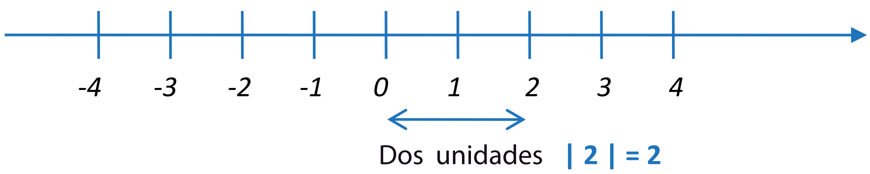
1.5. Valor absoluto

El valor absoluto de un número es la distancia que lo separa del 0 (cero) sobre la recta numérica.

Se simboliza con barras, por ejemplo | - 3 | representa el valor absoluto de 3. Para obtener su valor, consideramos su distancia al 0. Por tratarse de una distancia es un número siempre positivo.



Si el número al que se le quiere calcular su valor absoluto es positivo, por ejemplo | 2 | el resultado nos da el mismo número por estar ubicado en la recta a la derecha del 0.



Para todo número real x:

$|x| = x$ si x es positivo, en símbolos $x \geq 0$

$|x| = -x$ si x es negativo, en símbolos $x < 0$

En la definición debemos tener en cuenta que el signo menos significa el opuesto del número.

POR EJEMPLO

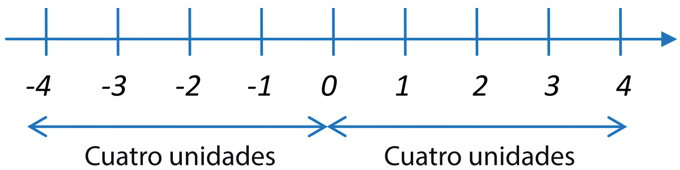
$|5| = x$ 5 es positivo, por lo tanto $|5| = 5$

$|-5| = -x$ -5 es negativo, por lo tanto $|-5| = -(-5) = 5$

El valor absoluto SIEMPRE nos da un número positivo

Podemos escribir conjuntos numéricos por comprensión, utilizando la notación de valor absoluto. En los siguientes ejemplos, consideramos a **x** como elementos de un conjunto.

Si tenemos $|x| = 4$ se trata de los números cuya distancia al cero es 4. Si lo graficamos vemos que hay dos números que cumplen esta condición.



x=-4 ó x=4
cumplen la condición

Escribimos el conjunto

• Por comprensión: $A = \{x / x \in Z \wedge |x| = 4\}$

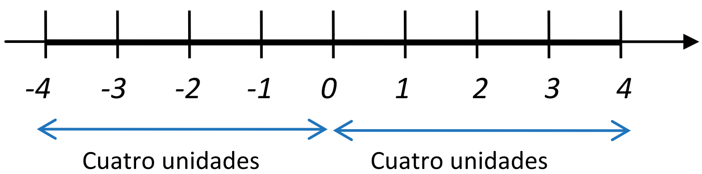
• Por extensión: $A = \{-4, 4\}$

Podríamos escribir el conjunto A sobre el conjunto de los números reales:

• Por comprensión: $A = \{x / x \in IR \wedge |x| = 4\}$

• Por extensión: $A = [-4] \cup [4]$

Si en el ejemplo tenemos $|x| \leq 4$ se trata de los números cuya distancia al cero es menor o iguala 4



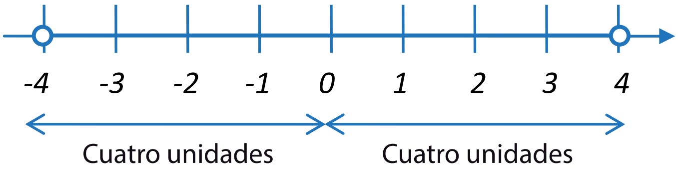
$\boldsymbol{-4 \leq x \leq 4}$

• Por comprensión: $A = \{x / x \in IR \wedge |x| \leq 4\}$

• Por extensión: $A = [-4, 4]$ es un intervalo cerrado

Si ahora consideramos el caso $|x| < 4$ se trata de los números cuya distancia al cero es menor a 4.

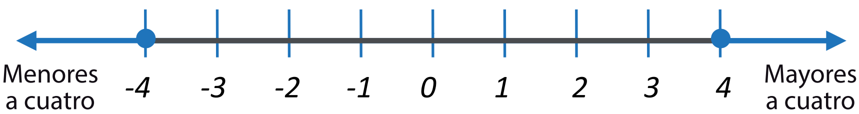
Si ahora consideramos el caso $|x| < 4$ se trata de los números cuya distancia al cero es menor a 4.



$$\boxed{-4 < x < 4}$$

Si tenemos $|x| \geq 4$, se trata de los números cuya distancia al cero es mayor o igual a 4.

Gráficamente:



$$\boxed{\begin{array}{c} x \leq -4 \\ \text{ó} \\ x \geq 4 \end{array}}$$

En este caso tenemos dos intervalos:

- Por comprensión: $A = \{x / x \in IR \wedge |x| \geq 4\}$
- Por extensión: $A =]-\infty, -4] \cup [4, \infty[$

Los ejemplos vistos se resumen en las propiedades de valor absoluto.

$$|x| = k \Leftrightarrow x = k \quad \text{ó} \quad x = -k$$

Si: Para todo k positivo, para todo x : $|x| \leq k \Leftrightarrow -k \leq x \leq k$

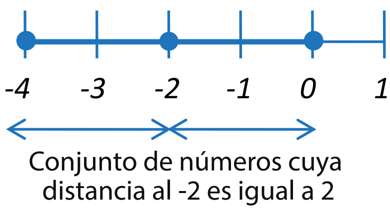
Para todo k positivo, para todo x : $|x| \geq k \Leftrightarrow x \leq -k$ ó $x \geq k$

Todo lo visto es válido para $|x - a| \leq k$ ó $|x + a| \leq k$ en el primer caso la distancia no es con respecto al cero, sino en relación al punto a; en el segundo caso se trata de la distancia de x al número (-a)

POR EJEMPLO

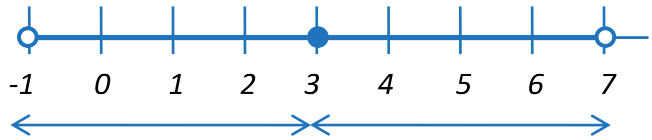
$\mathbf{A} = \{x / x \in IR \wedge |x + 2| \leq 2\}$ $\qquad$ $\mathbf{B} = \{x / x \in | IR \wedge | x - 3 | < 4\}$

Gráficamente para el conjunto A:



$$\boxed{-4 \leq x \leq 0}$$

Gráficamente para el conjunto B:



Conjunto de números cuya distancia al 3 es menor a 4

$\boxed{\mathbf{-1 < x < 7}}$

EJERCITACIÓN

1. Escribir los conjuntos A y B del ejemplo anterior por comprensión y extensión.

2. Determinar los elementos de los siguientes conjuntos:

$A = \{ x / x \in IR \wedge | x - 2 | < 5 \}$ $\qquad$ $B = \{ x / x \in |R \wedge | x + 4 | < 2 \}$

3. Expresar los siguientes conjuntos como intervalo.

a) $A = \{x : x \in IR ; x > 6 \}$
b) $C = \{x : x \in IR; -4 < x < 4 \}$

1.6. Operaciones con números reales

Para operar correctamente con números reales, se repasaran algunas reglas básicas para realizar operaciones. Entre las cuales, tendremos en cuenta: m.c.m, M.C.D, suma, multiplicación, división, potenciación y radicación. Se prestará mayor atención a las operaciones con fracciones, dado que son las que presentan mayor dificultad.

> El mínimo común múltiplo (abreviado m. c. m), de dos o más números naturales es el menor número natural que es múltiplo de todos ellos

Dados dos o más números debemos descomponerlos en factores primos, luego el mínimo común múltiplo será el resultado de multiplicar los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

POR EJEMPLO

Calcular el m.c.m de 60, 45 y 15

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ \hline 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ \hline 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 5 \\ \hline 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 2^2.3.5$ $\qquad$ $45 = 3^2.5$ $\qquad$ $15 = 3.5$

$\boxed{\text{m.c.m } (60, 45, 15) = 2^2 . 3^2 . 5 = 180}$

El máximo común divisor (abreviado M.C.D) de dos o más números naturales, es el mayor número natural que es divisor de todos ellos.

Dados dos o más números, se deben descomponer en factores primos, luego el M.C.D será el producto de los factores comunes elevados a la menor potencia.

POR EJEMPLO

En el ejemplo anterior: $60 = 2^2.3.5$ $\quad 45 = 3^2.5$ $\quad 15 = 3.5$

$$\boxed{\text{M. C. D } (60, 45, 15) = 3.5 = 15}$$

El 3 y el 5 son los factores comunes.

EJERCITACIÓN

1. Calcular el m.c.m y M.C.D para los números que se indican.

a) 32; 186 b) 36; 180

2. Las alarmas de tres relojes suenan cada 4 minutos, 10 minutos y 15 minutos, respectivamente. Si acaban de coincidir las tres alarmas dando la señal. ¿Cuánto tiempo pasará para que vuelvan a coincidir?

1.6.1. ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Definición

La adición o sustracción de dos fracciones de igual denominador es otra fracción de igual denominador, cuyo numerador es la suma o resta de los numeradores.

Es decir:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b} \qquad \text{Con } b \neq 0$$

POR EJEMPLO

a. $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$

b. $\frac{2}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2-5}{3} = \frac{-3}{3} = -1$

Definición

La adición o sustracción de dos fracciones de distinto denominador es otra fracción, cuyo denominador es el m.c.m de los números de los denominadores de la fracciones que cumple:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{\left(\frac{p}{b}\right) a \pm \left(\frac{p}{d}\right) c}{p}$$

Llamamos "p" al m. c. m (b , d)
Para $b \neq 0$ y $d \neq 0$

c. $\frac{4}{3}+\frac{5}{2}=\frac{\left(\frac{6}{3}\right)4+\left(\frac{6}{2}\right)5}{6}=\frac{2.4+3.5}{6}=\frac{23}{6}=3{,}8\widehat{3}$

d. $\frac{7}{60}+\frac{2}{45}+\frac{1}{15}=\frac{\left(\frac{180}{60}\right)7+\left(\frac{180}{45}\right)2+\left(\frac{180}{15}\right).1}{180}=\frac{3.7+4.2+12}{180}=\frac{41}{180}\approx 0{,}22\widehat{7}$

e. $\frac{2}{60}-\frac{8}{45}+\frac{1}{15}-2=\frac{\left(\frac{180}{60}\right)2-\left(\frac{180}{45}\right)8+\left(\frac{180}{15}\right)1-\left(\frac{180}{1}\right)2}{180}=\frac{6-32+12-360}{180}=\frac{-374}{180}=\frac{-187}{90}\approx -2{,}077$

1.6.2. MULTIPLICACIÓN

Definición

La multiplicación de dos fracciones es igual a otra fracción, cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores. Es decir:

$$\left(\frac{a}{b}\right).\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{a.c}{b.d} \quad \text{Con } b \text{ y } d \neq 0$$

POR EJEMPLO

a. $\left(\frac{6}{5}\right).\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{6.4}{5.3}=\frac{2.4}{5}=\frac{8}{5}$

b. $(-100).\left(\frac{2}{400}\right).\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{-1000}{1200}=\frac{-5}{6}=0{,}8\widehat{3}$

1.6.3. DIVISIÓN

Definición

La división por un número racional se define como el producto por su inverso. Es decir:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^{-1}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a.d}{b.c} \quad \text{Con } b\neq 0 \quad c\neq 0 \text{ y } d\neq 0$$

POR EJEMPLO

a. $4:\frac{2}{3}=4\cdot\frac{3}{2}=\frac{4}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{4.3}{1.2}=\frac{12}{2}=\frac{6}{1}=6$

b. $\frac{8}{5}:\left(\frac{-2}{7}\right)=\frac{8}{5}\cdot\left(\frac{-7}{2}\right)=\frac{-56}{10}=-5{,}6$

c. $\frac{1}{5}:\left(\frac{-4}{25}\right)=\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{-25}{4}\right)=\frac{-5}{4}=-1{,}25$

1.6.4. PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y MULTIPLICACIÓN

Sean a, b, c números reales, entonces se verifican las siguientes propiedades:

Propiedad	Adición	Multiplicación
Conmutativa	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
Asociativa	$a+(b+c)=(a+b)+c$	$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$
Distributiva	$a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a\cdot c)$	
Identidad	$a+0=a$	$a\cdot 1=a$
Inverso	$a+(-a)=0$	$a\cdot\left(\frac{1}{a}\right)=1$

EJERCITACIÓN

1. Resolver los siguientes ejercicios combinados

a. $\frac{5}{4}+\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{4}\right)=$

b. $\frac{11}{15}+\frac{2}{3}-\frac{1}{5}-1=$

c. $\frac{49}{5}:7+\left(3-\frac{11}{7}\right):\left(\frac{14}{49}+\frac{3}{7}:\frac{7}{12}\right)=$

d. $-\frac{3}{4}\left[\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\right]=$

1.6.5. POTENCIACIÓN

Definición

Sean a un número real y n un número entero. Definimos la potencia *enésima* de *a*, como: $a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\ \ veces}$

Teniendo en cuenta la definición, podemos decir:

- $a^1=a$
- $a^0=1$ si $a\neq 0$
- $0^n=0$ si $n>0$
- $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ si $a\neq 0$

Regla de signos

- Si el exponente es par, el resultado siempre tiene signo positivo.
- Si el exponente es impar, el resultado mantiene el signo de la base.

POR EJEMPLO

$(-2)^3 = -8$ $(-4)^2 = 16$ $2^{-3} = \frac{1}{8}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{81}$

1.6.6. PROPIEDADES POTENCIACIÓN

Sean **m** y **n** enteros, las bases **a** y **b** reales y distintas de cero, en caso que el exponente sea cero o negativo:

Propiedad	Ejemplos
Producto de potencias de igual base: $a^m . a^n = a^{m+n}$	$(-2)^3 . (-2)^2 = (-2)^{3+2} = -32$
Cociente de potencias de igual base: $a^m : a^n = a^{m-n}$	$(-2)^5 : (-2)^{-2} = (-2)^{5+2} = -128$
Potencia de otra potencia: $(a^m)^n = a^{m.n}$	$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^3\right]^0 = 1$
Distributiva de la potencia respecto de la multiplicación: $(a . b)^m = a^m . b^m$	$(2 . 3)^3 = 2^3 . 3^3 = 8.27$ $=216$
Distributiva de la potencia respecto de la división: $(a : b)^m = a^m : b^m$	$(8 : 2)^3 = 8^3 : 2^3 = 6$

1.6.7. RADICACIÓN

Definición

Dado un número real **a**, el número real **b** es su raíz enésima si se verifica que la potencia enésima de b es a: $b = \sqrt[n]{a} \iff b^n = a$

La raíz de índice par de un número positivo tiene dos valores reales opuestos

$$\sqrt{49} = \pm 7 \quad \text{pues} \quad (\pm 7)^2 = 49$$

$$\sqrt[4]{81} = \pm 3 \quad \text{pues} \quad (\pm 3)^4 = 81$$

La raíz de índice impar tiene el mismo signo que el radicando

$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad \text{pues} \quad 4^3 = 64$$

$$\sqrt[5]{-32} = -2 \quad \text{pues} \quad (-2)^5 = -32$$

La raíz de índice par de un número real negativo no es un número real, pues todo número real elevado a una potencia par es positivo.

1.6.8. PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

Propiedad	Ejemplos
Distributiva de la raíz respecto de la multiplicación: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{(8).(64)} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{64} = 2 \cdot 4 = 8$
Distributiva de la raíz respecto de la división: $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$ **,con b $\neq$ 0**	$\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$
Raíz de otra raíz: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$	$\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[2.3]{729} = \sqrt[6]{729} = 3$
Radicando elevado a una potencia: $\sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$	$\sqrt{4^5} = \sqrt{1024} = 32$ se obtiene lo mismo haciendo $\sqrt{4^5} = \left(\sqrt{4}\right)^5 = 2^5 = 32$

1.6.9. POTENCIAS CON EXPONENTE FRACCIONARIO

Definición

Toda raíz se puede escribir como potencia de índice fraccionario: $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

De manera análoga: $a^{-\frac{n}{p}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{n}{p}} = \frac{1}{\sqrt[p]{a^n}}$ donde **p** es entero > 1

EJERCITACIÓN

1. Resolver aplicando propiedades de potenciación:

a) $(2^3 . 2^4) : 2^2 =$

b) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^3 : 3^{-1} =$

c) $(4^3 . 4^{-1})^4 : (4^4 . 4^{-2}) =$

2. Resolver aplicando propiedades de radicación y cuando sea necesario, expresar como exponente fraccionario:

a) $\sqrt[6]{\left(-1+\frac{5}{4}\right)^3} : \sqrt[4]{1-\frac{65}{81}} =$

b) $\frac{1}{3}\sqrt{3} \, . \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}} \, . \left(\sqrt[8]{\frac{1}{3}}\right)^2 =$

c) $(1-0,75)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{81}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{8}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} =$

3. Expresar en forma de potencia, efectúe las operaciones y simplifique:

a) $\sqrt[8]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^2} =$

b) $\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} =$

c) $\sqrt[3]{x^5} : \sqrt{x^4} =$

1.7. Razones y proporciones

Definición

La **razón** es el cociente de dos números. El primer número se llama antecedente; y el segundo, consecuente.

La razón la podemos representar como **a / b** siendo a el antecedente y b el consecuente; se lee **antecedente** es a **consecuente**.

POR EJEMPLO

La razón de 6 y 3 es 2 (6 / 3 = 2). Se lee 6 es a 3.

La **proporción** refiere a dos magnitudes que son proporcionales o guardan proporcionalidad cuando el crecimiento de una afecta al crecimiento de la otra. Si la relación es positiva crece una y crece otra o decrece una y decrece la otra, en este caso hablamos de proporcionalidad directa (espacio y tiempo, compra y gasto, etc.). En caso contrario, estamos ante la proporcionalidad inversa, en la cual el crecimiento de una magnitud implica el decrecimiento de la otra (trabajadores y tiempo que tardan en hacer una tarea).

Definición

Una proporción es una igualdad entre dos razones

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{donde} \quad a,d \rightarrow \text{extremos} \quad b,c \rightarrow \text{medios} \qquad \text{con } b \text{ y } d \neq 0$$

Las proporciones tienen 4 términos: el primero (numerador de la primera fracción) y el cuarto (denominador de la segunda) se llaman **extremos**; y el segundo (denominador de la primera fracción) y el tercero (numerador de la segunda) se llaman **medios**.

1.7.1. PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES

En toda proporción se cumple que el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \Rightarrow a.d=b.c$$

POR EJEMPLO

Si queremos determinar el valor de x que satisface $\frac{x}{18}=\frac{9}{54}$ ocupemos la propiedad fundamental: x . 54 = 9.18; despejamos x —> $x=18.\frac{9}{54}=3$

1.7.2. APLICACIONES DE LAS PROPORCIONES

Las proporciones tienen múltiples usos y aplicaciones. Las más importantes son la regla de tres simple o compuesta y los porcentajes.

Definición

La **regla de tres simple** es una proporción o una igualdad de dos razones, es una operación por medio de la cual se busca el cuarto término de una proporción, de la cual se conocen los otros tres. Esta regla puede ser directa o inversa, según cómo sea la relación de proporcionalidad entre las magnitudes que la conforman. Si es directa, se resuelve como una proporción normal.

POR EJEMPLO

a. Un ciclista recorre 150 km en 5 horas.
Cuántos km recorrerá en 7 horas.

Disposición de los datos

150 km	5 horas
X	7 horas

Horas y kilómetros son magnitudes directamente proporcionales.
Tenemos la proporción $\frac{150}{x}=\frac{5}{7}$ despejamos: x = 210 km. Si es inversa, se intercambia un medio con un extremo y se procede como en cualquier proporción.

b. Si 12 obreros se tardan 30 días en acabar una obra. ¿Cuántos obreros se necesitarán para acabar la misma obra en 24 días?

Disposición de los datos

12 obreros	30 días
X	24 días

Obreros y días son magnitudes inversamente proporcionales. Tenemos la siguiente proporción:

$\frac{12}{x} = \frac{24}{30}$ Se ha invertido una de las razones, despejamos x = 15 obreros

Para calcular un **porcentaje** o tanto por ciento (%) debemos hacer una regla de tres simple directa. De las cuatro cantidades que la forman, siempre conocemos tres: la cantidad que queremos transformar en tanto por ciento, el total con el que se compara y el total con el que se compara el tanto por ciento (100).

POR EJEMPLO

Al adquirir un vehículo cuyo precio es de $120.000, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

La proporción la podemos plantear $\frac{120.000}{100} = \frac{x}{7,5}$ o como regla de tres simple:

100% $\longrightarrow$ 120.000

7,5 % $\longrightarrow$ x resolvemos: $x = \frac{7,5 \,.\, 120.000}{100} = 9000$ el descuento es de $9.000

Se debe pagar $111.000

Para obtener directamente este valor, lo podemos plantear teniendo en cuenta que debemos pagar.

100% - 7,5% = 92,5 % del valor del vehículo

100% $\longrightarrow$ 120.000

92,5 % $\longrightarrow$ x resolvemos: $x = \frac{92,5 \,.\, 120.000}{100} = 111.000$

Se debe pagar $111.000

EJERCITACIÓN

1. Un terreno se remata dividido en 36 lotes iguales. Se presentaron sólo tres interesados: el primero adquirió un cuarto del terreno total; el segundo un tercio y el tercero dos novenos. ¿Cuántos lotes adquirió cada uno? ¿Cuántos lotes quedaron sin vender?

2. De un stock de 1200 artículos, se han vendido 735. ¿Qué porcentaje de artículos quedo sin vender?

3. Se han pagado $ 1.260 por una entrada para un partido adquirida en la reventa. Si el revendedor ganó el 180% de su valor original ¿Cuánto costaba la entrada en ventanilla?

4. Un tanque destinado para riego, contenía en enero 500.000 metros cúbicos de agua y estaba lleno. En abril la reserva se redujo en un 20% de su capacidad y en el mes de agosto un 30% de lo que quedaba. ¿Cuántos litros tenía el tanque en abril, y cuántos quedaron en agosto?

1.8. Síntesis

Intervalos

Se utilizan solamente cuando se trata del conjunto de números reales. Se clasifican en:

Intervalo cerrado
$[a ; b] = \{x/x \in IR: a \leq x \leq b\}$

Intervalo abierto
$]a ; b[= \{x/x \in IR: a < x < b\}$

Intervalo semiabierto a izquierda
$]a ; b] = \{x/x \in IR: a < x \leq b\}$

Intervalo semiabierto a derecha
$[a ; b[= \{x/x \in IR: a \leq x < b\}$

Operaciones con números reales

Potenciación
Sean a un número real y n un número entero. Definimos la potencia n-ésima de a, como:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \quad veces}$$

Propiedades:
Sean **m** y **n** enteros, las bases **a** y **b** reales y distintas de cero, en caso que el exponente sea cero o negativo:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
$(a : b)^m = a^m : b^m$

Radicación
Dado un número real a, el número real b es su raíz enésima si se verifica que la potencia enésima de b es a.

$$\sqrt[n]{a} \iff b^n = a$$

Propiedades:
Sean **m** y **n** enteros, las bases a y b reales y distintas de cero, en caso que el exponente sea cero o negativo:

$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$ con $b \neq 0$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$

$\sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$

El orden de las operaciones

Se deben respetar con el uso de la calculadora

Las sumas y las restas que no se encuentran dentro de un paréntesis o dentro de una raíz son operaciones que separan en términos. En cada término resolvemos primero las operaciones que encierran los paréntesis

$$\sqrt[5]{\left(\frac{1}{32}\right)^{-1}} : \frac{1}{6} - \frac{5}{3}.\sqrt{\frac{9}{4}} + 8\,(4-5) =$$

$$\sqrt[5]{32} : \frac{1}{6} - \frac{5}{3}.\frac{3}{2} + 8\,(-1) =$$

$$2 : \frac{1}{6} - \frac{5}{2} - 8 = 12 - \frac{5}{2} - 8 = \frac{3}{2}$$

Cuando hay llaves que encierran corchetes y estos encierran paréntesis, se resuelven:
1° Las operaciones entre paréntesis
2° Las operaciones entre corchetes
3° Las operaciones entre llaves

Las operaciones bajo el símbolo radical se tratan como si estuvieran entre paréntesis.

$$\left(2-\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)\left\{2-\left[\frac{3}{2}:\left(2+\frac{1}{4}\right)\right]\right\} =$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 + (-1)\left\{2-\left[\frac{3}{2}:\left(\frac{9}{4}\right)\right]\right\} =$$

$$\frac{27}{8} + (-1)\left\{2-\left[\frac{3}{2}.\frac{4}{9}\right]\right\} =$$

$$\frac{27}{8} + (-1)\left\{2-\frac{2}{3}\right\} =$$

$$\frac{27}{8} + (-1)\left\{\frac{4}{3}\right\} = \frac{27}{8} - \frac{4}{3} = \frac{49}{24}$$

Proporciones y porcentajes

Para calcular el porcentaje de un número **a** hacemos:

$$\frac{x}{100}.a$$

Para calcular un porcentaje se plantea la proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a.d = b.c$$

La proporción la podemos trabajar con regla de tres simple.

El 32% de 4500 es…

$$\frac{32}{100}.4500 = 1440$$

¡OFERTA!
Computadora $5250 sólo por hoy
Precio de lista: $7800
¿Qué porcentaje del precio de lista vamos
a pagar?

$$\frac{5250}{7800} = \frac{x}{100} \rightarrow \quad 5250\,.\,100 = 7800.\,x \rightarrow \; x = 67{,}3\%.$$

Pagué $3.200 con un aumento del 25%
¿Qué cantidad representa el aumento?

Proporción $\frac{3200}{125} = \frac{x}{25}$

125% $\longrightarrow$ 3200

25% $\longrightarrow$ $x = \frac{3200}{125\%}.25\% = 640$

El aumento es de $640

1.9. Ejercitación para el estudiante

Contenidos conceptuales:

CONJUNTOS DE LOS NÚMEROS REALES

Conjuntos numéricos. Representación como intervalo en la recta numérica. Operaciones con números reales. Razones y proporciones. Problemas de Aplicación

Objetivos:

Al finalizar el módulo el estudiante podrá:

- Aplicar el concepto de intervalo en la recta numérica
- Operar con números reales en ejercicios concretos
- Utilizar la calculadora en la resolución de ejercicios
- Desarrollar criterio lógico en el uso de la calculadora
- Calcular porcentajes en situaciones de la vida cotidiana
- Reconocer porcentaje como una relación entre magnitudes directamente proporcionales

Ejercicio 1:

Escribir con notación de intervalo los siguientes conjuntos numéricos dados por comprensión:

$A = \{ x / x \in IR \wedge -6 < x < 3 \}$ $\quad$ $B = \{ x / x \in IR \wedge x \leq 9 \}$

$C = \{ x / x \in IN \wedge 10 \leq x < 20 \}$ $\quad$ $D = \{ x / x \in IR \wedge -4 \leq x \leq 3 \}$

Ejercicio 2:

Con los números 20; 3; -20; -5:
a) Combinarlos para formar todas las fracciones posibles
b) Completar el cuadro

Cociente mayor a uno	Cociente menor a uno

c) Ordenar los números fraccionarios de menor a mayor

Ejercicio 3:

Marcar con una cruz verdadero o falso según corresponda. En caso de ser falso, justificar la respuesta.

	Verdadero	Falso	Respuesta correcta
$\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{0} = 0$			
$\left(3^{-2} - 2^{-3}\right)^{-1} = 72$			
$2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{7}{6}}$			
$\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{6} = 7^{3}$			
$\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}{\sqrt{81}} = 348$			

Ejercicio 4:

Resolver utilizando calculadora:

a) $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{2} + \frac{2^{3}}{3^{2}}} =$

Rta: 1

b) $\left[\dfrac{\left(\frac{3}{5}\right)^{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} + 1}{1 - \dfrac{2}{3 - \frac{1}{2}}}\right]^{-\frac{1}{3}} =$

Rta: 1/2

c) $\dfrac{\frac{11}{49} - \frac{3}{7}}{\frac{11}{49} + \frac{3}{7}} =$

Rta : -5/16

d) $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{7}{8}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{7}{8}}=$

Rta: 5/3

e) $\left(\sqrt{2}\right)^{-2}+\left(\sqrt{3}\right)^{-2}=$

Rta: 5/6

f) $\sqrt[6]{\left(-1+\frac{5}{4}\right)^{3}}:\sqrt[4]{1-\frac{65}{81}}=$

Rta: 3/4

Problemas de aplicación

Ejercicio 5:

a) Una moto cuyo precio era de 15.000, cuesta en la actualidad 250 más.
¿Cuál es el porcentaje de aumento?

Rta: 1,66 %

b) Al adquirir un vehículo cuyo precio es de \$120.000, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

Rta: \$111.000

c) Al subir el precio de una bicicleta un 20%, el precio final es ahora de \$3.600.
¿Cuál era el precio inicial?

Rta: \$3000

d) Después de rebajar el precio de una computadora un 8%, me ha costado \$2.596
¿Cuál era su precio inicial?

Rta : \$2821,74

e) Un juguete vale en una juguetería 140 pesos. Si durante la semana previa al Día del niño el juguete sube un 22% y una vez que éste ha pasado, baja un 9%. Calcule su precio final.

Rta: \$155,428

f) Si compro un celular de \$4200 y me lo rebajan un 20% por pago contado. Pero después me cobran el 21% de I.V.A. ¿Cuánto me costó?

Rta: \$4065,6

Matemática
Ingreso 2018

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

itu
INSTITUTO TECNOLÓGICO
UNIVERSITARIO