

Índice

MÓDULO 1: CINEMÁTICA

- 1. MOVIMIENTO: concepto.**
 - 1.1. Desplazamiento: Concepto. Unidades.**
 - 1.2. Relación ente posición y tiempo.**
 - 1.3. Concepto de velocidad media y rapidez. Velocidad instantánea: concepto. Unidades.**

- 2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME: concepto.**
 - 2.2. Ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme.**
 - 2.3. Movimiento rectilíneo uniformemente variado.**
 - 2.4. Dedución de la ecuación de posición.**

- 3. PRÁCTICO GENERAL**

INTRODUCCIÓN

Las leyes, principios y conceptos de la **Física** hacen posible explicar los fenómenos que ocurren en la Naturaleza, en la mayoría de los casos, ese lenguaje coloquial es representado mediante una expresión matemática o modelo matemático, que permite calcular y anticipar la evolución del fenómeno observado o en estudio. Como toda ciencia experimental, **la física**, tiene como procedimientos esenciales la observación y la experimentación.

Uno de los fenómenos que despertó el interés del hombre desde el comienzo de la humanidad, fue el movimiento de los cuerpos.

Eje 1- ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

El estudio del movimiento comenzó en la antigua Grecia, en uno de los más importantes períodos de avance intelectual de la humanidad, desde el siglo VI AC hasta el siglo II de nuestra era, alcanzando su punto culminante en el siglo XVII, con la obra de Galileo Galilei y posteriormente la sistematización de Newton. La mecánica movilizó al hombre desde hace más de 2000 años, produciendo verdaderos cambios epistemológicos, seguidos, de importantes cambios de paradigmas. Sin embargo, por extraño que parezca, las opiniones de la mayoría de las personas sobre el movimiento forman parte de un sistema de física propuesto hace más de 2000 años y **cuya inexactitud** se demostró experimentalmente hace no menos de 400 años.

Definición

La mecánica clásica es el cuerpo de conocimientos de la física que analizan, interpretan y explican los cambios que se producen en el estado del reposo o de movimiento de los cuerpos desde el modelo de linealidad causa-efecto.

Este modelo lineal determinista es el que encuadra la síntesis de Newton lograda a fines de 1600, aquí se puede predecir con exactitud el comportamiento de las variables y el valor que cada una de ellas tomará con el transcurso del tiempo y el tiempo es un parámetro absoluto e inmutable.

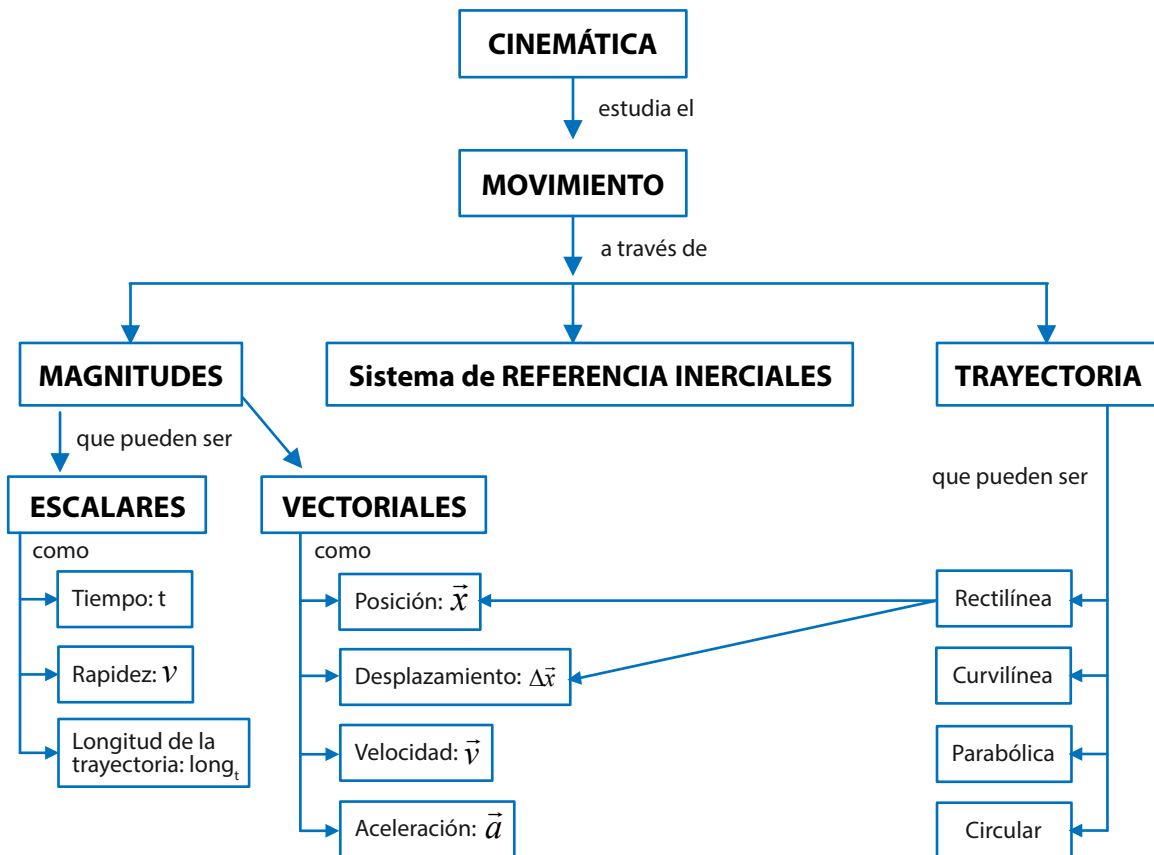
A comienzos del siglo XX, la **física** comienza a relacionarse con la Naturaleza mediante un modelo que la explica desde una óptica totalmente diferente: la mecánica cuántica. La característica más notable de este paradigma científico es que el tiempo deja de ser absoluto y que las partículas elementales que constituyen la materia no responden a las Leyes del Movimiento y de la Energía de Newton cuando se mueven próximas a la velocidad de la luz (300 000 km/s). Como exponentes más significativos de esta nueva imagen de la naturaleza se puede citar a **Max Planck** (Alemania, 1858- 1947) y a **Albert Einstein** (Alemania, 1879-1955), sin embargo y habiéndose comprobado efectivamen-

te esta hipótesis, la **Mecánica Clásica o Mecánica Newtoniana tiene validez universal cuando los fenómenos que se analizan ocurren a velocidades muy bajas comparadas con la de la luz.**

Definición

La cinemática es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos, sin tener en cuenta la causa que lo produce.

Mapa conceptual del contenido



1. Observa las siguientes imágenes:

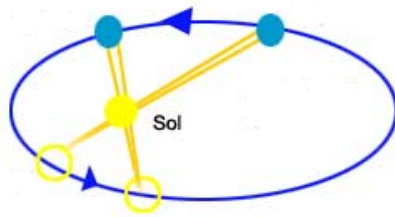


Imagen 1

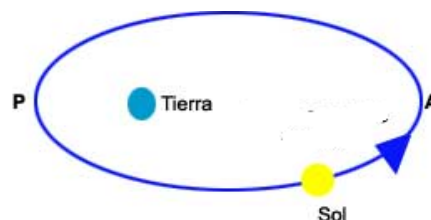


Imagen 2

2. Responde:

- Según tus percepciones, ¿quién se mueve en la imagen 1 y quién es el que se mueve en la imagen 2? ¿Por qué?
- ¿En base a qué referencia consideras que se estaban moviendo? ¿Cómo definirías sistema de referencia?

Luego de estas observaciones se puede enunciar el concepto de movimiento:

Definición

El movimiento es el cambio de posición de un objeto, a través del tiempo, respecto a un sistema de referencia que se considera fijo.

Si nos detenemos un momento a pensar sobre el sentido de la palabra "tiempo", vemos que definirla es una tarea muy difícil. **Es la magnitud en la que transcurren todos los fenómenos o procesos que suceden en el universo, el curso del tiempo es representado por un proceso estrictamente periódico y siempre reproducible como la duración de una rotación de la Tierra sobre sí misma.**

La **unidad de tiempo** en el sistema internacional de medida (SI) es el **segundo (s)**, recuerda que el símbolo de la unidad es una entidad matemática, no una abreviación, por lo cual no lleva punto al final.

Para realizar las mediciones se necesita determinar un sistema de unidades. Las medidas poseen una cantidad y una unidad de medida que se fija en forma convencional. Existen tres sistemas de medida: sistema MKS; sistema cgs y el sistema internacional SI que es el que utiliza la ciencia.

Las magnitudes que se determinan como fundamentales son: la masa, la longitud y el tiempo. Las otras derivan de estas.

Si tratamos de comprender lo referido a un "sistema de referencia" pensemos en un pasajero que va en un tren, las lámparas del vagón no se mueven, pero para un hombre parado al costado de la vía, se mueven junto con el pasajero. De acuerdo con esto podemos deducir que los movimientos son relativos a un sistema de referencia.

En las imágenes 1 y 2 se puede ver que, según desde dónde se mire, es la Tierra o el Sol quien se mueve.

Se puede describir *el movimiento de un cuerpo desde cualquier sistema de referencia, para cada caso particular hay sistemas que resultan más prácticos que otros, a partir de los cuales la descripción resulta mucho más sencilla.* Por ejemplo: el movimiento de los planetas puede ser descrito desde la Tierra (sistema geocéntrico) o desde el Sol (sistema heliocéntrico). La sencillez de este último permitió ahondar en el conocimiento sobre los astros y llevó al descubrimiento de la gravitación.

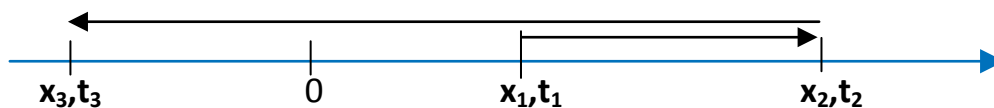
Si seguimos profundizando en el concepto de movimiento pensamos en un objeto que puede girar o vibrar mientras se traslada como un todo. Por ejemplo, una pelota pateada "con efecto" gira sobre su eje a medida que avanza y una gota de agua se deforma mientras va cayendo. Para un estudio físico simplificado, muchas veces basta con describir el movimiento de un cuerpo como si fuera un punto, sin prestar atención a cómo se mueven las partes que lo componen. Un cuerpo puntual o partícula es un objeto cuya masa total se supone concentrada en un punto sin dimensiones. Respecto de esta simplificación debemos hacer una aclaración: un cuerpo no necesita ser peque-

ño para ser considerado puntual. Más aún: un mismo cuerpo puede ser considerado como puntual o no, dependiendo de si su tamaño es relevante para explicar el fenómeno que se está estudiando. Así, por ejemplo, el tamaño de la Tierra será fundamental para describir el movimiento de un proyectil, mientras que, a su vez, esta podrá ser considerada como un punto si queremos estudiar la órbita que describe alrededor del Sol (que también podrá ser considerado un cuerpo puntual). **Para poder entender de manera simple los conceptos básicos de la cinemática, limitaremos nuestro estudio, por el momento, al movimiento de los cuerpos puntuales.**

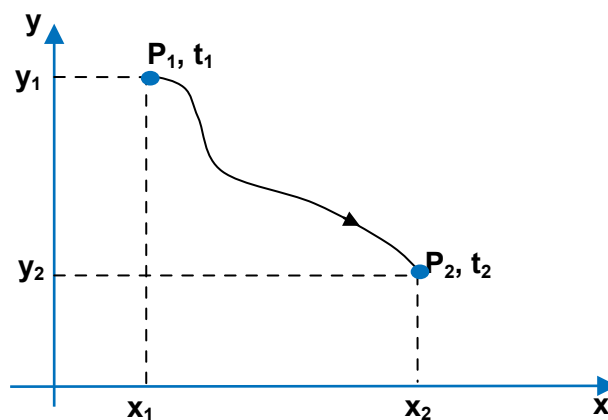
Volviendo a la idea de sistema de referencia decimos que para hablar de algo que se mueve es necesario aclarar entonces respecto de qué se hará el análisis de dicho movimiento.

Si bien sabemos que todos los movimientos se realizan en el espacio tridimensional, al considerar al cuerpo como un punto su movimiento muchas veces queda inscripto en un plano o simplemente en una sola línea.

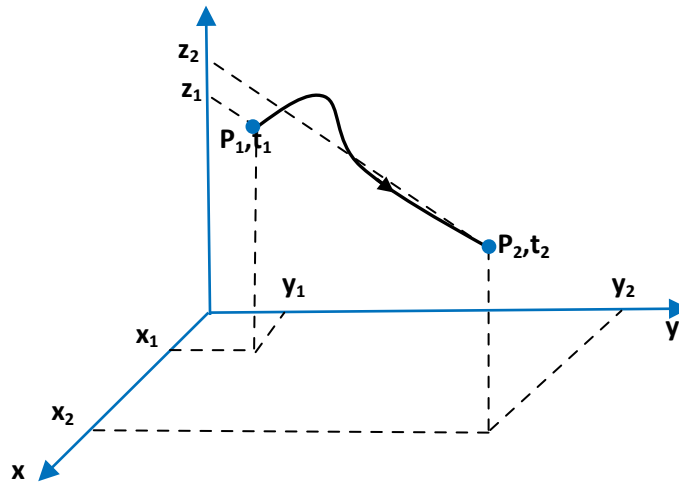
En una línea tomamos como referencia **un eje**, en el que señalamos un punto (O) que consideramos como posición cero y a partir de él dibujamos la trayectoria del cuerpo entre tres posiciones.



En un plano tomamos como referencia un **sistema de coordenadas cartesianas ortogonales** las que se suponen fijas y dibujamos la trayectoria del cuerpo entre dos posiciones.

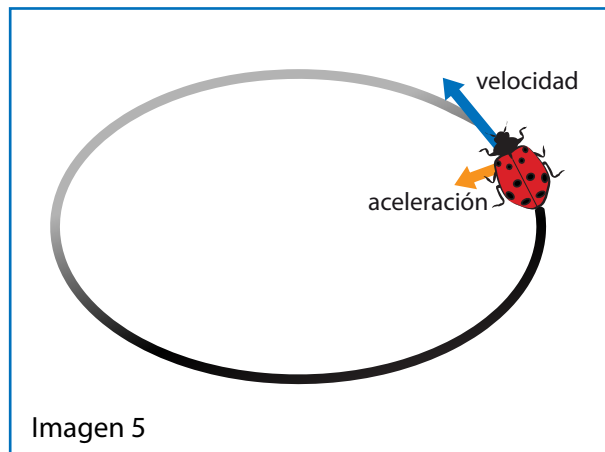
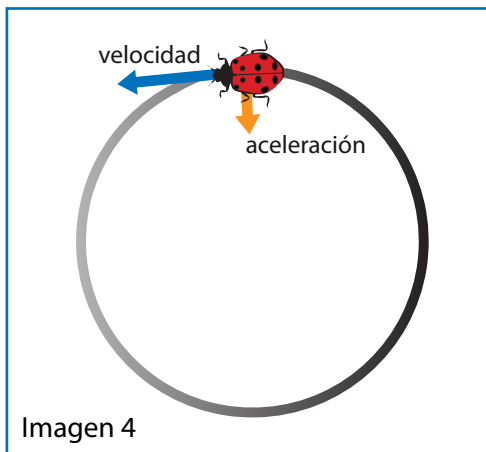
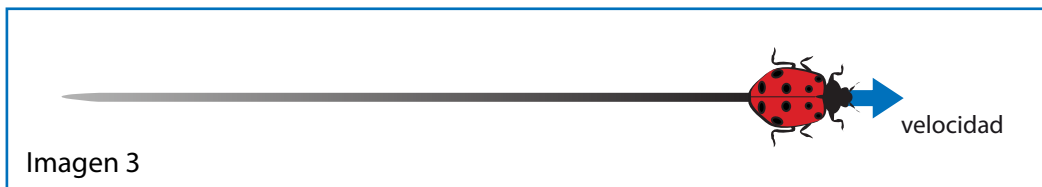


Un cuerpo puntual está en movimiento con respecto a un sistema de ejes coordenadas considerado fijo cuando sus coordenadas varían a medida que transcurre el tiempo. En el espacio tomamos como referencia **un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales (con tres ejes perpendiculares entre sí)** las que se suponen fijas.



Que el movimiento sea tridimensional, bidimensional o unidimensional lo determina la forma de su trayectoria.

Observa las siguientes imágenes:



- ¿Podrías decir qué forma tiene el camino de la vaquita de San Antonio en cada una de las imágenes?
- En una de las imágenes marca y da un valor en tres momentos distintos y consecutivos, antes de llegar al final. ¿Cómo le llamarías en forma general a estos valores?
- Con respecto a las imágenes 3 y 4, considerando el comienzo y el final del movimiento, ¿cuál de los dos se alejó más del lugar que ocupaba en un principio?, ¿cuál de los dos recorrió una longitud mayor?, ¿qué diferencia hay entre estas dos medidas?

La trayectoria de un cuerpo es la línea formada por el conjunto de puntos que ocupa durante su movimiento, por lo tanto, es una **figura geométrica**. Si dichos puntos pertenecen a una misma recta se denominará unidimensional si, en cambio, todos pertenecen a un mismo plano será bidimensional y si pertenecen al espacio en general será tridimensional. Además, la trayectoria toma el nombre de la figura que queda determinada. Por ejemplo: rectilíneo, curvilíneo, circular, parabólico, etc.

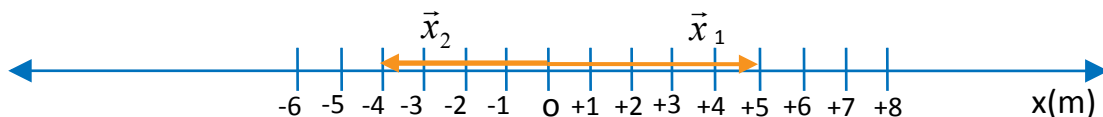
En esta introducción solo consideraremos **los movimientos unidimensionales**, aunque para aclarar algunos conceptos recurriremos a los bidimensionales.

Para los movimientos horizontales tomaremos el eje X y para los verticales el eje Y.

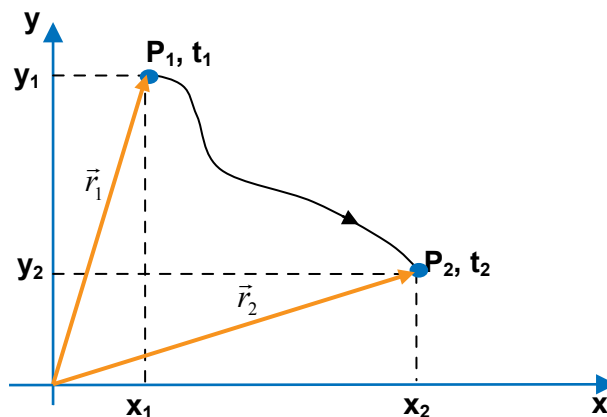
Vector posición: es el vector que se traza desde el origen hasta la coordenada que marca la posición final del cuerpo.

POR EJEMPLO

1. Si tenemos dos posiciones $x_1 = 5\text{m}$ y $x_2 = -4\text{m}$, los vectores serán x_1 (ó \vec{x}_1) y x_2 (ó \vec{x}_2), (en los textos de física se suele usar "negrita" para aclarar que dicha magnitud es vectorial).



2. En el plano, para un movimiento bidimensional, el vector posición suele designarse con la letra r ó \vec{r} .



RECUERDA

Un vector es un segmento orientado. Posee:

- **Intensidad:** representa las veces que incluye a la unidad. Está indicado por la extensión del vector.
- **Dirección:** está indicada por la recta que sostiene al vector.
- **Sentido:** es hacia donde se dirige. Representado por la flecha.
- **Punto de aplicación:** donde está situado el origen.

Observa la siguiente imagen: representa el circuito de las bodegas. Si se sale de un punto del circuito para llegar a otro se puede ir por dos caminos. En ese caso, la distancia recorrida no es la misma, pero el desplazamiento que está indicado por la flecha marcada es el mismo.



El recorrido realizado por el objeto se denomina *trayectoria* y representa la distancia recorrida, o sea, la longitud de la trayectoria.

El cambio de posición, es decir, la distancia entre el punto inicial y final se denomina *desplazamiento*.

DESPLAZAMIENTO

Cuando un objeto modifica su posición se origina un *desplazamiento*. Si el objeto se mueve desde una posición por ejemplo: desde el punto x_1 al punto x_2 , se designa como **vector desplazamiento** al que tiene origen en x_1 y extremo en x_2 .

El módulo del vector desplazamiento es el vector diferencia entre el vector posición del punto x_2 y el vector posición del punto x_1 .

$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$ (El símbolo Δ es la letra griega "delta" que siempre indica variación de la magnitud que la acompaña.)

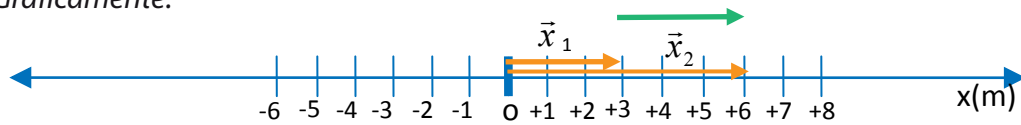
Esta definición evidencia que el desplazamiento es positivo si la posición final es mayor que la posición inicial. Cuando trabajamos con movimientos en una dimensión, un cuerpo se puede desplazar solamente en dos sentidos y se diferencian por los signos + (más) y - (menos).

Cuando el vector cambia de posición, realiza un desplazamiento, también es una magnitud vectorial cuyo origen es la posición inicial y el extremo es la posición final.

POR EJEMPLO

¿Cuál es el desplazamiento de un cuerpo que pasa de la posición $x_1 = 3\text{m}$ a la posición $x_2 = 6\text{m}$?

Gráficamente:



Analíticamente:

$$\Delta x = 6\text{ m} - 3\text{ m} = 3\text{ m}$$

LONGITUD (o distancia) del camino recorrido por el móvil en la trayectoria.

Como su nombre lo indica, es la longitud que tiene la figura que determina los puntos por los que va pasando el móvil. En algunos libros aparece como **distancia de la trayectoria**, pero debido al significado de esta palabra en matemáticas, no nos pareció apropiada. La indicaremos como " long_t ", es una magnitud escalar y es siempre positiva.

RECUERDA

Una magnitud es escalar cuando queda perfectamente definida por la cantidad y su unidad de medida.

POR EJEMPLO

Dibujar la long_t y determinar su valor dadas las siguientes posiciones sucesivas de un cuerpo que se mueve en el eje x : $x_1 = 5\text{m}$; $x_2 = -4\text{m}$; $x_3 = 3\text{m}$.

Si contamos la cantidad de metros recorridos en la línea roja obtenemos $21\text{m} = \text{long}_t$. Observamos que este valor es muy diferente al obtenido para el desplazamiento total $\Delta x = 3\text{m} - 5\text{m} = -2\text{m}$. El signo menos nos indica que el sentido de este vector es opuesto al positivo del ejemplo.

EJERCITACIÓN

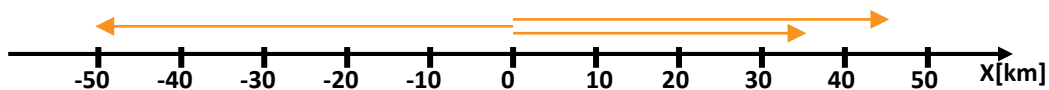
1. Dadas las siguientes posiciones:

a. Grafica para cada caso, en el eje x , el vector desplazamiento total, marcando en cada caso con diferente color los vectores posición.

b. Calcula el desplazamiento, la long_t en cada caso y marca la trayectoria.

a) $x_1 = 3\text{ cm}$; $x_2 = 7\text{ cm}$	e) $x_1 = 2\text{ m}$; $x_2 = -5\text{ m}$; $x_3 = -7\text{ m}$
b) $x_1 = 6\text{ cm}$; $x_2 = -2\text{ cm}$	f) $x_1 = -3\text{ m}$; $x_2 = -1\text{ m}$; $x_3 = 4\text{ m}$
c) $x_1 = -8\text{ cm}$; $x_2 = -4\text{ cm}$	g) $x_1 = 5\text{ m}$; $x_2 = -3\text{ m}$; $x_3 = 2\text{ m}$
d) $x_1 = -3\text{ cm}$; $x_2 = 5\text{ cm}$	h) $x_1 = -4\text{ m}$; $x_2 = 2\text{ m}$; $x_3 = -5\text{ m}$

2. Dado el siguiente gráfico del **eje x** y tres posiciones, determina 4 posibles órdenes en recorrerlas, determina en cada caso el desplazamiento, la **long_t** y marca ambas en la trayectoria.

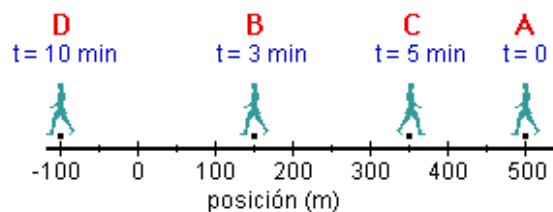


3. Susana y Martín viven en la misma calle, pero la casa de Susana es al 150 y la de Martín es al 620. La numeración de la calle se realizó de sur a norte por lo tanto consideraremos este sentido como positivo. Un día quedaron en juntarse en un café que queda en la misma calle al 480, pero Martín pasó a buscar a Susana por su casa antes de ir al café. De acuerdo a esto contesta:

- ¿Cuál de los dos realizó un desplazamiento total mayor?
- ¿Qué signo tienen los desplazamientos de cada uno?
- ¿Se puede afirmar que el desplazamiento de Susana es igual a la longitud de la trayectoria? Justifique.
- ¿Cuál de los dos tiene una longitud de la trayectoria mayor? Determina sus valores.
- Representa gráficamente la situación planteada.

RELACIÓN ENTRE POSICIÓN Y TIEMPO.

4. Observa y analiza la siguiente imagen que representa el recorrido que hace una persona en un determinado tiempo.



5. Grafica en un sistema (x,t) este recorrido.

6. Describe con tus palabras el movimiento que realizó.

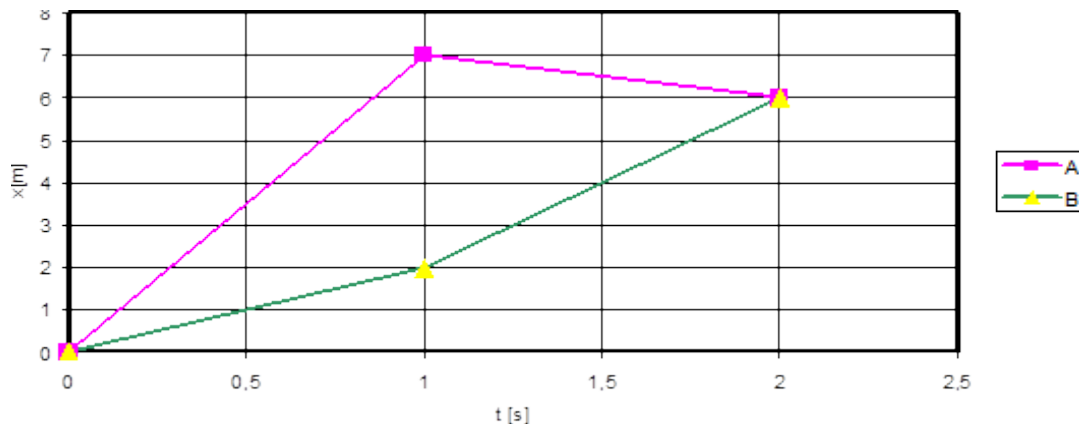
7. Realiza los siguientes cálculos:

- Distancia y tiempo empleado en cada tramo del recorrido.
- Longitud
- Distancia total recorrida y tiempo total.
- Relación entre distancia y el tiempo
- Ahora calcularemos la velocidad media. Para ello consideramos el punto inicial y el final y el tiempo total.
- Ahora compara los dos resultados

CONCEPTOS DE VELOCIDAD MEDIA Y RAPIDEZ MEDIA

Velocidad media

Consideremos dos móviles A y B, que siguen las trayectorias ilustradas en las siguientes gráficas de posición contra tiempo: observamos que los dos móviles han realizado el mismo desplazamiento en el mismo tiempo.



La velocidad media se calcula hallando la razón entre el vector desplazamiento respecto del tiempo:

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

En el ejemplo anterior observamos que el cálculo de la velocidad media y de la rapidez no dieron el mismo resultado, por lo tanto, al calcular la velocidad media **no tenemos en cuenta** lo sucedido instante a instante.

La velocidad media es una magnitud vectorial cuya dirección y sentido coincide con la dirección y sentido del vector desplazamiento.

Las dimensiones de esta magnitud son:

$$\left[\vec{V}_m \right] = \frac{L}{T}$$

Y sus unidades:

$$\left[\vec{V}_m \right]_{SI} = \frac{m}{s} \quad \left[\vec{V}_m \right]_{cgs} = \frac{cm}{s} \quad \left[\vec{V}_m \right] = \frac{km}{h}$$

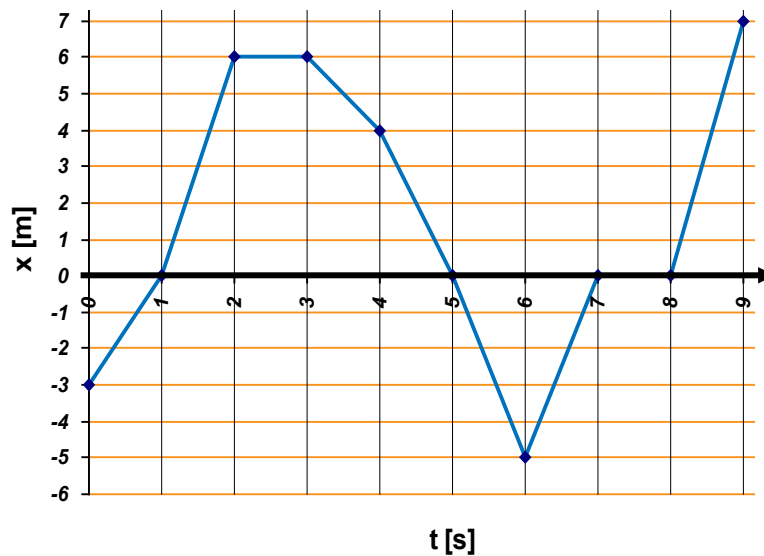
Rapidez media

Cuando consideramos la $long_t$ por el móvil en lugar del desplazamiento respecto del tiempo transcurrido, lo que obtenemos es la rapidez media. Esta es una magnitud escalar:

$$r_m = \frac{long_t}{tiempo}$$

POR EJEMPLO

El siguiente gráfico ilustra la trayectoria de un móvil:



- Calcula la velocidad media y la rapidez media de cada intervalo de 1 s.
- Calcula la velocidad media y la rapidez media de todo el movimiento.
- Compara dichos valores a medida que los intervalos de tiempo se reducen.

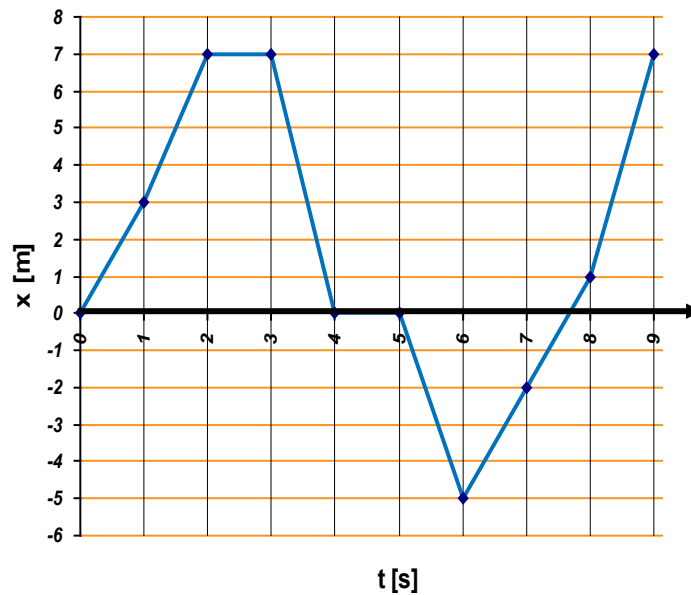
Velocidad instantánea

Si consideramos el intervalo de tiempo cada vez más pequeño de tal forma que tienda a cero, estamos hablando de la velocidad que posee un cuerpo en un instante determinado de tiempo.

$$\vec{V}_{inst.} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

EJERCITACIÓN

- Un móvil sobre una carretera recta inicia su recorrido en la posición $x_1=0$ km en un tiempo $t_1=0$ h, alcanza la posición $x_2=200$ km y luego regresa a $x_3=150$ km, empleando para todo el recorrido un tiempo de 4h. Calcula la velocidad y la rapidez media de todo el intervalo.
- Un atleta recorre la mitad de su trayectoria en 20 minutos y la segunda mitad en 30 minutos. Si el recorrido total es de 38 km. ¿Cuál es la rapidez media del atleta?
- Un auto viaja de la ciudad A a la ciudad B separado 120 km, en 3 h y regresa en 4h. Calcula la velocidad y la rapidez media en todo el intervalo.
- El siguiente gráfico de x contra t ilustra el movimiento de un cuerpo



Calcular:

- a. La velocidad media en cada intervalo de 3s.
 - b. La velocidad media total.
 - c. El espacio total recorrido.
 - d. La rapidez media total.
5. Para los fenómenos observables que se proponen a continuación, adopta un sistema de referencia (si no está indicado), y elabora un gráfico en función del tiempo de:
- a. Altura que alcanza el agua en un balde inicialmente vacío, puesto bajo una canilla abierta.
 - b. Posición de un automóvil estacionado.
 - c. Posición de un ascensor que parte desde el noveno piso hacia planta baja.
 - d. Posición de una moneda arrojada hacia arriba.
 - e. Posición de la mano de un carpintero, mientras pinta un listón.
 - f. Posición del extremo de un cigarrillo, con respecto al otro extremo, desde que se enciende.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

Cuando Juan viajó en auto, nos contó que tardó 1 hora en recorrer 100 kilómetros, solemos decir que viajó a 100 km/h.

Sin embargo, sabemos que el velocímetro probablemente no permaneció fijo indicando 100 km/h durante todo el viaje: el automóvil arrancó, frenó, aceleró para pasar a otro automóvil, puede haber estado detenido unos minutos, etcétera.

Al hacer una estimación de este tipo, como ya vimos anteriormente, calculamos la velocidad media del móvil, pero desconocemos la velocidad en cada instante del viaje (llamada velocidad instantánea o, simplemente, velocidad).

El movimiento más simple que estudia la cinemática es el de los cuerpos que no cambian su velocidad con el tiempo, es decir, los cuerpos que se mueven a velocidad constante. Afirmar que la velocidad es constante es afirmar que el módulo, la dirección y el sentido de la velocidad del móvil no cambian a lo largo del tiempo.

RECUERDA

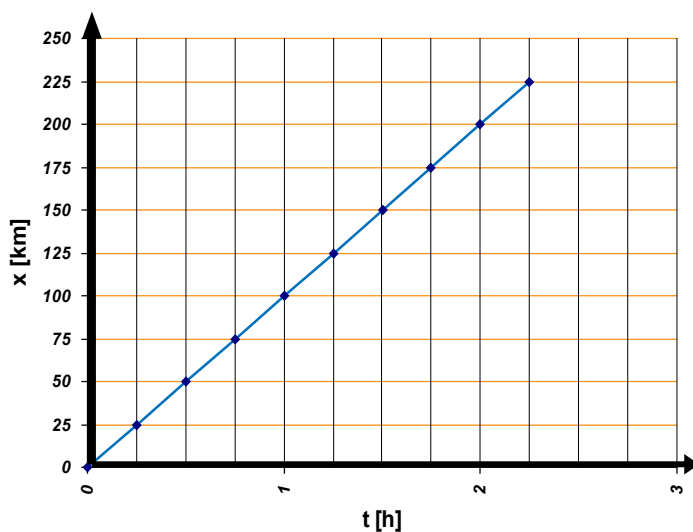
La velocidad es una magnitud vectorial. Una magnitud vectorial queda perfectamente definida cuando se indica cantidad, unidad de medida, dirección, sentido y origen.

Cuando señalamos que la rapidez de un móvil es constante, afirmamos que recorre longitudes iguales en tiempos iguales.

Si decimos, por ejemplo, que mantiene una velocidad constante de 100 km/h, sabemos que recorre 100 km en 1 hora, 50 kilómetros en media hora, 25 kilómetros en 15 minutos, 200 kilómetros en 2 horas. . .

El tiempo transcurrido y la longitud recorrida son directamente proporcionales: si pasó la mitad de tiempo, la longitud recorrida será la mitad; si el intervalo de tiempo se duplica, la longitud recorrida será el doble, etc.

Podemos graficar cómo varía la posición del móvil en función del tiempo transcurrido, suponiendo que parte del origen de coordenadas y observamos que los puntos se ubican sobre una recta como la representada en el siguiente gráfico:



Gráfica posición respecto tiempo

Si se observa la gráfica se concluye que: los movimientos que se realizan a velocidad constante determinan una recta en el gráfico posición respecto del Tiempo, cuya pendiente es la velocidad del móvil.

En este tipo de movimiento la velocidad media es siempre igual a la instantánea, y su módulo es siempre igual a la rapidez.

RECUERDA

La pendiente de una recta es el valor de la tangente del ángulo que forma la recta con el eje horizontal. Se calcula mediante la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente del ángulo. Esta dada por la inclinación de la recta.

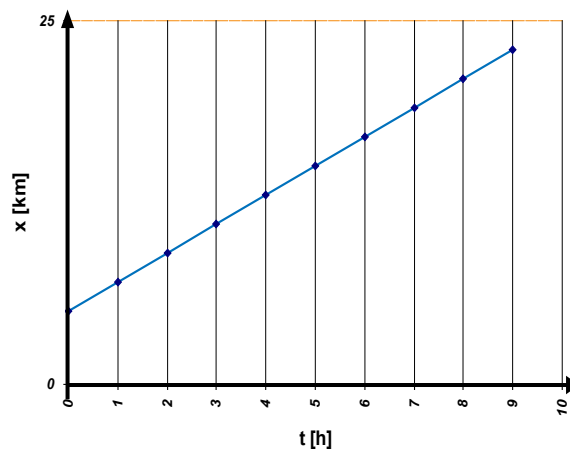
ECUACIONES DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME

En esta sección haremos una descripción matemática de un movimiento rectilíneo con velocidad constante.

Cada símbolo utilizado representa una magnitud real y concreta; procura tener en claro, todo el tiempo, cuál es cada una de ellas. La matemática es el idioma de la física y deben poder traducirlo al lenguaje cotidiano.

Vimos que los movimientos que se realizan a velocidad constante determinan una recta en el gráfico posición vs. tiempo. Ahora bien, ¿qué parámetros o valores definen por completo una recta, distinguiéndola de toda otra recta?

Estos valores son: la pendiente y la ordenada al origen, o sea, la velocidad y la posición a $t = 0$.

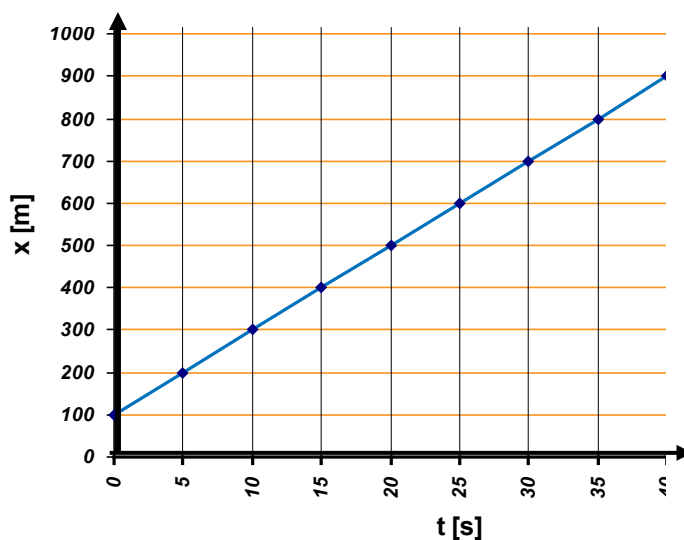


Esto significa que, si conocemos la posición inicial (llamada x_0 o x_i) y la velocidad (v) de un móvil que se desplaza a velocidad constante, podemos conocer la posición (x) al cabo de un tiempo (t), a partir de la ecuación de la recta que queda definida por:

$$x = x_0 + v \cdot \Delta t$$

Análogamente, si conocemos dos puntos de la recta, es decir, una posición x_1 , en un instante t_1 , y la posición x_2 en t_2 , podemos encontrar la ecuación que rige el movimiento con velocidad constante.

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



posición respecto tiempo

Veamos cómo:

Debido a que la velocidad es la pendiente de la recta.

Si, por ejemplo, en el gráfico tomamos:

$$t_1 = 10 \text{ s y } x_1 = 300 \text{ m};$$

$$t_2 = 40 \text{ s y } x_2 = 900 \text{ m}$$

La velocidad será:

$$v = \frac{900\text{m} - 300\text{m}}{40\text{s} - 10\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

¡Ya tenemos el valor de la velocidad!, ¿podremos encontrar el valor de x_0 ? Sabemos que, en este ejemplo, la ecuación de la recta es de la forma:

$$x = x_0 + 20 \text{ m/s} \cdot \Delta t$$

Y también, que en $t_1 = 10 \text{ s}$, el móvil se encuentra en $x_1 = 300 \text{ m}$. Entonces:

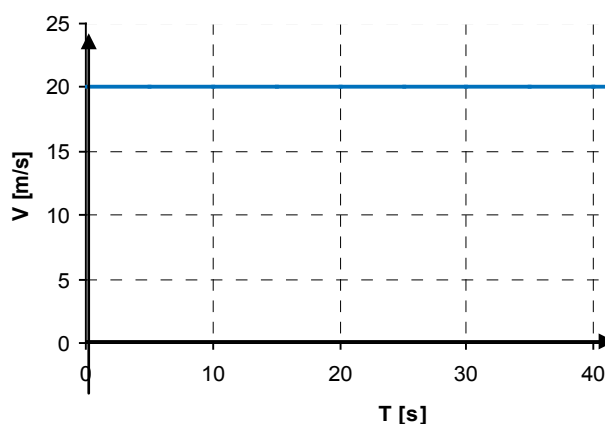
$$x_0 = x - 20 \text{ m/s} \cdot \Delta t$$

$$x_0 = 300 \text{ m} - 20 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 100 \text{ m}$$

Consideremos ahora el gráfico que muestra el valor de la velocidad del móvil en cada instante. En el caso que venimos estudiando, el valor de la velocidad no cambia y, por lo tanto, el gráfico es una línea horizontal.

Calculemos el área determinada bajo la recta entre dos instantes, t_1 y t_2 .

$$\begin{aligned}\text{Área} &= \text{base} \cdot \text{altura} = (t_2 - t_1) \cdot v = \\ \text{Área} &= (40 \text{ s} - 10 \text{ s}) \cdot 20 \text{ m/s} = 600 \text{ m}\end{aligned}$$



Velocidad respecto tiempo

¿Qué representa este valor que obtuvimos?

Si nos fijamos en el gráfico de posición en función del tiempo, este valor coincide con lo que se desplazó el móvil, entre los instantes t_1 y t_2 , porque:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{o sea} \quad (t_2 - t_1) \cdot v = x_2 - x_1 = \Delta x$$

es decir $x_2 - x_1 = \Delta x = 600 \text{ m}$.

En síntesis: el área que queda determinada bajo la curva que representa la velocidad de un móvil en función del tiempo entre dos instantes cualesquiera, es el desplazamiento del móvil en el intervalo de tiempo considerado.

EJERCITACIÓN

1. Grafica $x(t)$ y $v(t)$ para los siguientes casos:

a. $v = 5 \text{ km/h}$; $x_0 = 4 \text{ km}$; $\Delta t = 5 \text{ h}$.

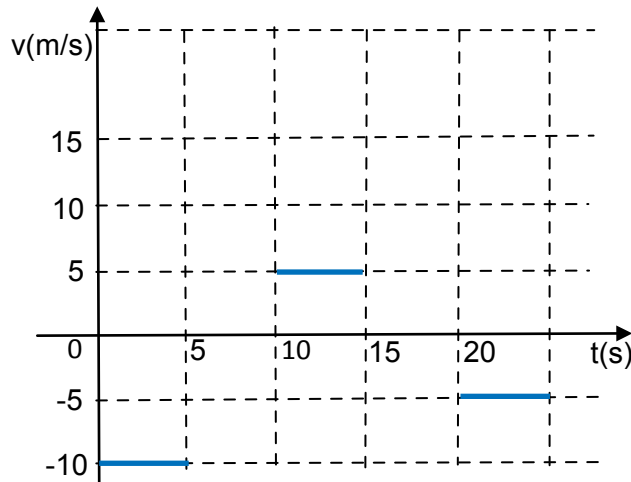
b. $v = -2 \text{ m/s}$; $x_0 = 6 \text{ m}$; $\Delta t = 10 \text{ s}$.

c. $v = -4 \text{ km/h}$; $x_0 = 0 \text{ km}$; $\Delta t = 6 \text{ h}$.

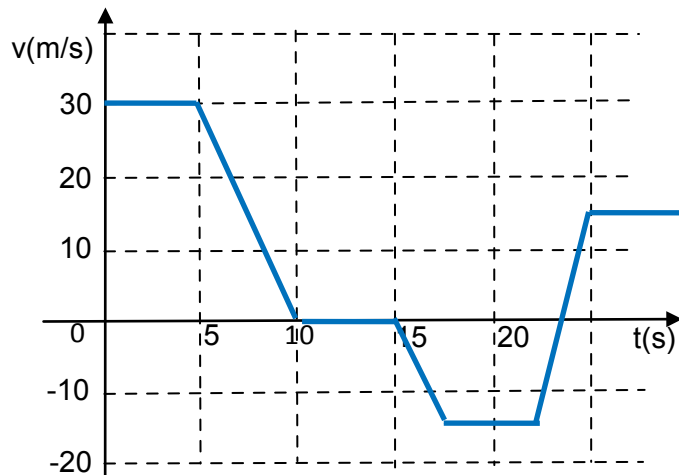
d. $v = 3 \text{ m/s}$; $x_0 = -8 \text{ m}$; $\Delta t = 7 \text{ s}$.

2. ¿Cuál es la velocidad de un móvil que con movimiento uniforme, ha demorado 5s para recorrer una distancia de 120 cm?

3. Un automóvil se desplaza por una carretera de acuerdo con el siguiente gráfico, se han dibujado solo algunos intervalos donde el movimiento es uniforme:



- a. Describe el movimiento del auto, en general.
 - b. Calcula la longitud recorrida, durante los intervalos dibujados.
 - c. ¿Cuál fue el desplazamiento del auto, en los intervalos dibujados?
4. Un auto se mueve con velocidad constante de 216 km/h. Expresa esta velocidad en m/s y calcula en m la longitud recorrida en 15 segundos.
 5. Un móvil viaja con velocidad de 0,6 km/h; calcula la longitud recorrida en 3 segundos.
 6. La velocidad de un avión es 980 km/h y la de otro 300 m/s. ¿Cuál de los dos tiene mayor módulo de velocidad?
 7. Un auto se mueve por una carretera de acuerdo con el siguiente gráfico:



- a. Describe que tipo de movimiento tiene el auto.
- b. En qué intervalos de tiempo: el móvil está en reposo.
- c. En qué intervalos de tiempo el móvil se mueve en sentido positivo.
- d. En qué intervalos de tiempo el móvil se mueve en sentido negativo.
- e. Determina los intervalos de tiempo, en que el movimiento es rectilíneo uniforme.

f. Determina el desplazamiento en los intervalos: 0-5; 5-10; 10-15; 15-17,5; 17,50-22,50; 22,50-25.

g. ¿Cuál fue su desplazamiento total?

h. Calcular la longitud total de la trayectoria.

8. Un motociclista viaja hacia el oriente con velocidad de 90 km/h durante 10 minutos, regresa luego al occidente con velocidad de 54 km/h durante 20 minutos. Y finalmente vuelve hacia el oriente, durante 15 minutos viajando con velocidad de 108 km/h. Calcula para el viaje completo.

a. La longitud total recorrida.

b. La rapidez media.

c. El desplazamiento.

d. La velocidad media.

9. Un automóvil hace un recorrido entre dos ciudades que distan entre sí 60 km. En los primeros 40 km viaja a 80 km/h y en los kilómetros restantes desarrolla solamente 20 km/h.

a. ¿Qué tiempo tarda el viaje?

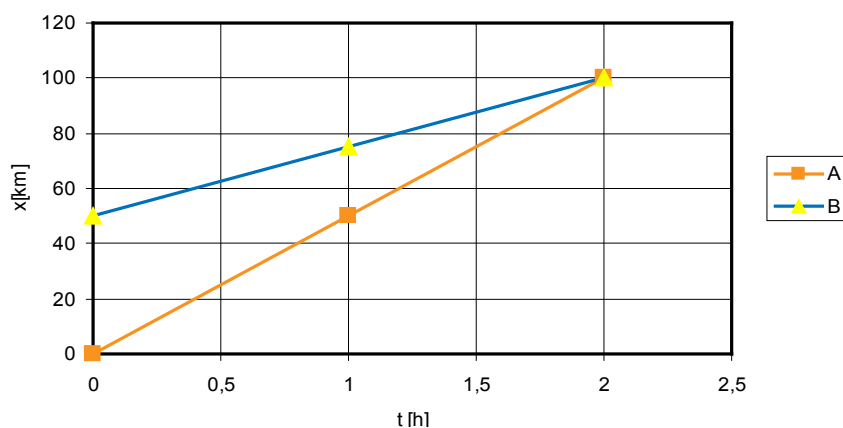
b. ¿Cuál es la velocidad y la rapidez media en el recorrido?

10. Dos trenes parten de dos ciudades A y B, distanciadas entre sí 600 km, con velocidades de 80 km/h y 100 km/h respectivamente, pero el de A sale dos horas antes. ¿Qué tiempo después de haber salido B y a qué distancia de A se encontraron?

11. Dos trenes parten de una misma estación, uno a 50 km/h y el otro a 72 km/h. ¿A qué distancia se encontrarán uno del otro al cabo de 120 minutos?

A- Si marchan en el mismo sentido. B- Si marchan en sentidos opuestos.

12. Dos automóviles A y B se desplazan en una misma carretera tal como lo ilustra el gráfico.



a. Describe el movimiento de cada cuerpo.

b. Calcula la velocidad de cada uno.

c. Encuentra la longitud recorrida por cada móvil en 2 horas.

13. Dos estaciones A y B están separadas 430 km. De A sale un tren hacia B con velocidad de 40 km/h y 2h más tarde sale un tren de B hacia A con velocidad de 30 km/h. Calcular a qué distancia de A se cruzan y qué tiempo después de haber partido el segundo tren.

14. Dos trenes parten de dos ciudades A y B distantes entre sí 500 km, con velocidades de 90 y 60 km/h respectivamente. Pero el de B sale una hora antes. ¿Cuándo se encontrarán y a qué distancia?

a. Si viajan el uno hacia el otro.

b. Si viajan en el sentido de A hacia B.

15. Andrés va en su bicicleta, con velocidad constante de 14 km/h, en una calle rectilínea, siguiendo a Karina, que va corriendo en el mismo sentido, a 5 km/h, también con velocidad constante. Si inicialmente estaban distanciados 100 m, hallar cuánto tiempo después la alcanzará, y qué distancia avanzó cada uno. Trazar gráficos posición – tiempo y velocidad – tiempo.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO. M.R.U.V.

Decimos que un cuerpo está acelerado cuando su velocidad cambia con el tiempo: puede cambiar su rapidez (aumentar o disminuir el módulo de la velocidad), su dirección y sentido, o ambas cosas a la vez.

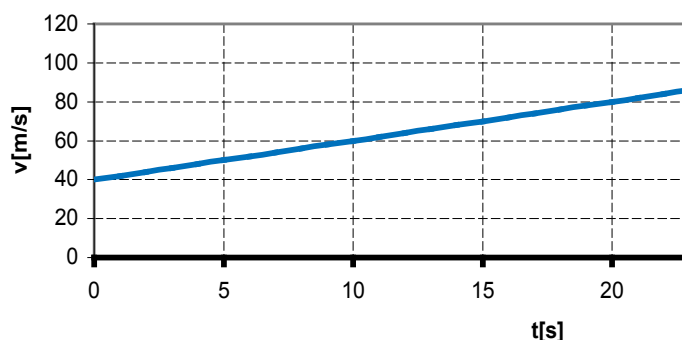
Consideremos, entre todos los movimientos variados que podamos imaginar, el más sencillo: es el que llamamos **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es decir, que tiene una trayectoria recta y una aceleración constante. Para este movimiento, el módulo de la velocidad cambia una magnitud fija en intervalos de tiempo fijos, pero su dirección y sentido permanecen constantes.** A partir de ahora cuando hablamos de cambios en la velocidad solo nos referiremos a su módulo.

RECUERDA

La aceleración es una magnitud vectorial.

POR EJEMPLO

Si un cuerpo marcha con una aceleración constante y su velocidad aumenta 20 m/s en 10 segundos, podemos conocer cuánto aumentará la velocidad en cualquier lapso: 10 m/s en 5 segundos, 40 m/s en 20 segundos. Es decir que el tiempo transcurrido y el cambio en la velocidad son directamente proporcionales. Con esta relación en mente, podemos graficar cómo varía la velocidad en función del tiempo en el caso del ejemplo:



El gráfico correspondiente resulta una recta cuya ecuación es de la forma:

$$V = V_i + a \Delta t$$

La pendiente se puede calcular según: $a = \frac{20m/s}{10s} = \frac{10m/s}{5s} = 2m/s^2$

¿Qué nos indica la aceleración del movimiento?

La aceleración mide el ritmo con el que cambia la velocidad en la unidad de tiempo.

Es decir que: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

En general: los movimientos uniformemente acelerados determinan una recta en el gráfico velocidad en función del tiempo, cuya pendiente es la aceleración del móvil y la ordenada al origen es la velocidad en el instante $t = 0$, es decir, la velocidad inicial (llamada v_0).

Entonces, la ecuación de la recta queda:

$$v = v_0 + \Delta t$$

Esta expresión determina la velocidad v de un cuerpo que se mueve con una aceleración constante a durante un tiempo t , sabiendo que en $t = 0$ tenía una velocidad v_0 .

Si la velocidad v y la aceleración a tienen igual signo (no importa cuál sea éste), el módulo de la velocidad aumenta, a medida que transcurre el tiempo (v se hace cada vez "más negativa" o "más positiva"). En este caso, el móvil va cada vez más rápido (el signo de v sólo define hacia dónde). Si, por el contrario, v y a tienen signos opuestos, el módulo de la velocidad disminuye con el tiempo. En este caso, el móvil está desacelerando.

Unidades de aceleración

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow [a]_{S.I.} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2} \qquad [a]_{cgs} = \frac{cm/s}{s} = \frac{cm}{s^2}$$

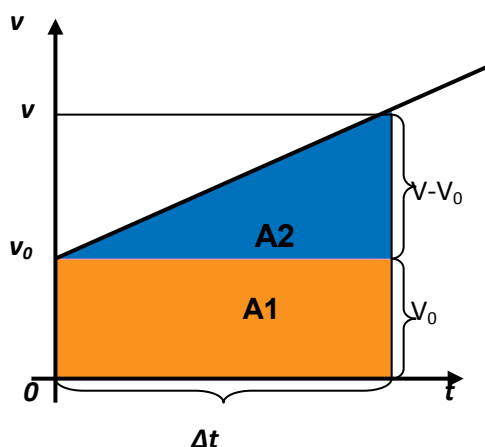
EJERCITACIÓN

1. ¿Cuál es la aceleración de un móvil que en 4 s alcanza una velocidad de 5 m/s, habiendo partido del reposo?
2. ¿Cuál es la aceleración de un móvil cuya velocidad aumenta 10 m/s cada 2s?
3. Un móvil disminuye su velocidad en 12 m/s, durante 4s. ¿Cuál es su aceleración?
4. Un móvil viaja con velocidad de 22 m/s y 5 s después su velocidad ha disminuido hasta 11 m/s. Calcula su aceleración.

5. Un automóvil que viaja a 20 m/s aplica los frenos y detiene el vehículo después de 4 s. ¿Cuál fue su aceleración?
6. ¿Qué velocidad adquiere un móvil que parte del reposo y se acelera a razón de 3 m/s² en 5s?
7. ¿Qué tiempo tarda un móvil en incrementar su velocidad de 2 a 18 m/s con una aceleración de 2 m/s²?
8. ¿Qué velocidad tenía un cuerpo que en 8 s adquiere una velocidad de 144 m/s con aceleración de 4 m/s²?

DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE POSICIÓN

Recordemos que, en todos los movimientos rectilíneos, el área que queda definida bajo la curva del gráfico de $v(t)$ y es numéricamente igual al módulo del desplazamiento del móvil en el intervalo de tiempo considerado. Calculemos esta área de acuerdo al gráfico siguiente:



Velocidad en función del tiempo

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = v_0 \cdot \Delta t + \frac{\Delta t \cdot (v - v_0)}{2}$$

$$A = v_0 \Delta t + \frac{\Delta t \cdot a \cdot \Delta t}{2}$$

$$A = x - x_0 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2}$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

Esta expresión es la ecuación horaria del M.R.U.V. y representa la ecuación de una parábola. Muchas veces es necesaria utilizar una fórmula, que vamos a deducir, para no tener que recurrir a la resolución de una ecuación cuadrática si queremos calcular el tiempo, no se trata de otra ley del movimiento, sino de extraer una tercera ecuación en la que no aparezca el tiempo.

Sabemos que:

$$V = V_0 + a \cdot \Delta t(1)$$

$$\Delta x = V_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2(2)$$

Si despejamos del (1) el tiempo y lo reemplazamos en (2) nos queda:

$$\Delta t = \frac{V - V_0}{a}$$

$$\Delta x = V_0 \frac{V - V_0}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{V - V_0}{a} \right)^2$$

Aplicando propiedad distributiva

$$\Delta x = \frac{V_0 \cdot V}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{a^2} (V^2 - 2VV_0 + V_0^2)$$

$$\Delta x = \frac{V_0 \cdot V}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{V^2}{a} - \frac{2VV_0}{2a} + \frac{V_0^2}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{V_0^2}{a} \left(-1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \frac{V^2}{a} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{a} - \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{a}$$

$$\Delta x = \frac{V^2 - V_0^2}{2 \cdot a}$$

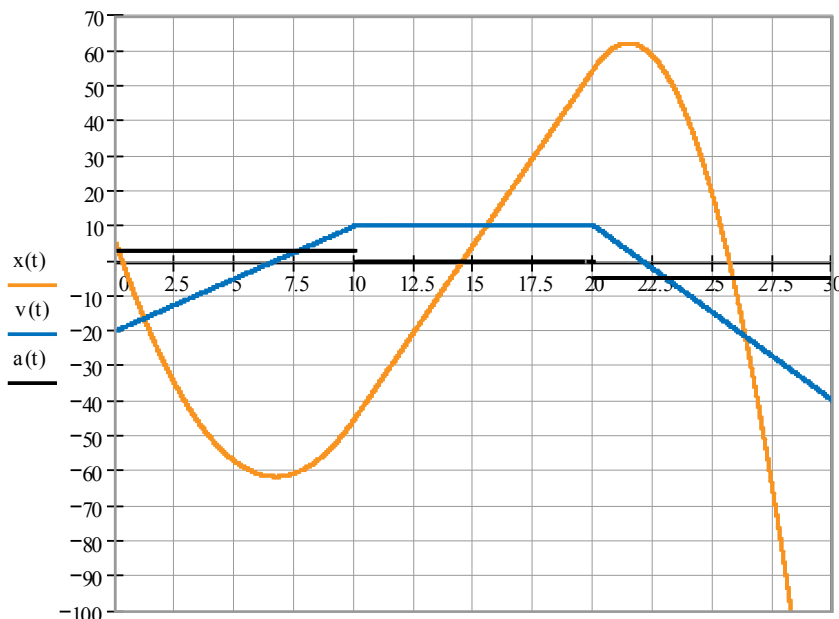
$$V^2 - V_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

EJERCITACIÓN

1. Grafica $a(t)$; $V(t)$, $X(t)$ en los siguientes casos conociendo las condiciones iniciales y analiza los intervalos de tiempo en que es acelerado o desacelerado:

- a. $x_0 = -5\text{m}$; $V_0 = 8\text{ m/s}$; $a = 3\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 6\text{ s}$
- b. $x_0 = 6\text{m}$; $V_0 = -10\text{ m/s}$; $a = 5\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 5\text{ s}$
- c. $x_0 = -4\text{m}$; $V_0 = -2\text{ m/s}$; $a = -4\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 7\text{ s}$
- d. $x_0 = 3\text{m}$; $V_0 = 4\text{ m/s}$; $a = -3\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 8\text{ s}$

Si analizamos el movimiento de un cuerpo a través del tiempo que va tomando distintos valores de aceleración, debemos tener en cuenta que cada valor de esta indica un M.R.U.V. diferente. Por ejemplo:



Es importante observar que la aceleración en función del tiempo puede saltar de un valor a otro totalmente diferente, en cambio, la velocidad toma todos los valores intermedios, es decir, es una función continua, aunque hay valores del tiempo que admiten dos tangentes diferentes, una por derecha y otra por izquierda.

La gráfica de la posición, por el contrario, debe tener una sola tangente en cada punto, por lo tanto su gráfica no puede presentar quiebres. En muchos ejercicios observaremos que esto no se respeta para no complicar demasiado su resolución.

EJERCITACIÓN

1. Grafica $a(t)$; $V(t)$, $X(t)$ en los siguientes casos conociendo las condiciones iniciales y analiza los intervalos de tiempo en que es acelerado o desacelerado:

- a. $x_0 = -5\text{m}$; $V_0 = 8\text{ m/s}$; $a = 3\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 6\text{ s}$
- b. $x_0 = 6\text{m}$; $V_0 = -10\text{ m/s}$; $a = 5\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 5\text{ s}$
- c. $x_0 = -4\text{m}$; $V_0 = -2\text{ m/s}$; $a = -4\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 7\text{ s}$
- d. $x_0 = 3\text{m}$; $V_0 = 4\text{ m/s}$; $a = -3\text{ m/s}^2$; $\Delta t = 8\text{ s}$

2. ¿Qué velocidad inicial debe tener un móvil cuya aceleración es de 2 m/s^2 , para alcanzar una velocidad de 90 km/h a los 4 s de su partida? $R = 17\text{ m/s}$

3. Un tren va a una velocidad de 16 m/s , frena y se detiene en 12 s . Calcula su aceleración y la distancia recorrida al frenar. $R = 1,33\text{ m/s}^2$; 96 m

4. Un móvil parte del reposo y a los 30 m tiene una velocidad de 6 m/s . Calcula su aceleración y el tiempo transcurrido. $R = 0,6\text{ m/s}^2$; 10 s

5. Un automóvil con velocidad de 72 km/h frena con una desaceleración constante y se para en 9 s . ¿Qué distancia recorrió? $R = 90\text{ m}$

6. Un automóvil parte del reposo y con aceleración constante de 3 m/s^2 , recorre 150 m . ¿En cuánto tiempo hizo el recorrido y con qué velocidad llegó al final? $R = 10\text{ s}$; 30 m/s .

7. Un cuerpo parte del reposo, tiene durante 4 s una aceleración constante de 10 m/s^2 , sigue después durante 8 s con el movimiento adquirido y finalmente vuelve al reposo por la acción de una aceleración de -10 m/s^2 . Determina el tiempo y la distancia total del movimiento. Grafica. $R = 16\text{ s}$; 480 m .

8. Dos ciclistas, A y B, inician su movimiento simultáneamente. A con una velocidad constante de 12 m/s y B con aceleración constante de 5 m/s^2 . Calcula:

- a. ¿Qué distancia han recorrido cuando B alcanza a A? $R = 57,6\text{ m}$
- b. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido hasta ese momento? $R = 4,8\text{ s}$
- c. ¿Cuál es la velocidad de B cuando alcanza a A? $R = 24\text{ m/s}$
- d. Graficar

9. Un camión viaja con velocidad constante de 20 m/s . En el momento que pasa al lado de un automóvil detenido, este avanza con aceleración constante de 2 m/s^2 .

- a. Realiza un gráfico $V(t)$
- b. ¿Qué tiempo tarda el automóvil en adquirir la velocidad del camión? $R = 10\text{ s}$
- c. ¿Qué distancia debe recorrer el automóvil para alcanzar el camión? $R = 400\text{ m}$
- d. ¿Qué tiempo tarda en alcanzarlo? $R = 20\text{ s}$

10. Un automóvil parte del reposo con una aceleración constante de 2 m/s^2 , y se mueve durante 5 segundos. Hallar cuánto se desplaza durante el primer segundo, y cuánto durante el último. El mismo automóvil, que viene moviéndose a 20 m/s , frena con aceleración constante hasta detenerse en 8 segundos. Hallar su desplazamiento durante el primer y durante el último segundo de su frenado. ¿Avanzó?

R= 1 m , 9 m , $18,75 \text{ m}$, $1,25 \text{ m}$

11. Hallar ¿qué velocidad traía una locomotora, que acelerando a razón de 1 m/s^2 recorrió 20 m en 5 s ? R= $1,5 \text{ m/s}$

12. Un avión parte del reposo con aceleración constante y carretea 1800 m por la pista, durante 30 segundos, hasta despegar. ¿Con qué velocidad abandona la pista? Traza un gráfico velocidad- tiempo. R= 120 m/s

13. Un tren reduce uniformemente su velocidad, desde 12 m/s hasta 8 m/s , en una distancia de 100 m . Calcula la aceleración de frenado y qué distancia recorrerá hasta detenerse si prosigue así. R= $-0,4 \text{ m/s}^2$, 180 m

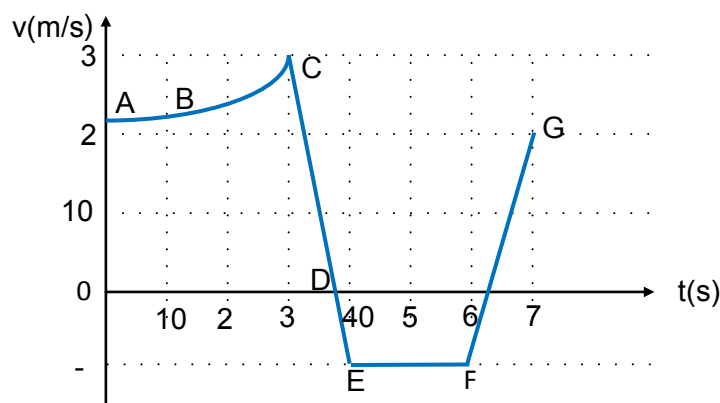
14. Un trineo parte del reposo por una rampa inclinada. Con aceleración constante. Pasa por un primer puesto de control con una velocidad de 5 m/s , y por el segundo puesto con una velocidad de 15 m/s . Si ambos puestos están distanciados 60 metros , calcula la aceleración que experimenta, la distancia del punto de partida al primer puesto, y el tiempo transcurrido desde que partió hasta que pasó por el segundo puesto. R= $1,66 \text{ m/s}^2$, $7,5 \text{ m}$, 9 s

15. El conductor de un tren subterráneo de 40 m de longitud, y que marcha a 15 m/s , debe aplicar los frenos 50 m antes de entrar a una estación cuyo andén mide 100 m de longitud. Calcula entre qué valores debe hallarse el de la aceleración de frenado, para que el tren se detenga dentro de los límites del andén. R= $-0,75 \text{ m/s}^2$ y $-1,25 \text{ m/s}^2$

16. Si se pisa el acelerador de un automóvil durante 3 segundos, ¿Cuándo recorre mayor distancia: durante el primer segundo o durante el tercero?

17. Si se pisa el acelerador de un automóvil durante 3 segundos, ¿Cuándo recorre mayor distancia: durante el primer segundo o durante el tercero?

18. Dado el gráfico que muestra la velocidad de un móvil en función del tiempo, responda colocando las letras que indican el tramo, la letra que indica el instante, el dato que se solicita o la palabra ninguno, según corresponda:



- a. El valor de la aceleración media en el tramo CE:
- b. El tramo de gráfica donde el móvil mantiene M.R.U:
- c. La velocidad inicial del móvil es:
- d. Un punto donde cambia su sentido de marcha:
- e. Un tramo donde el móvil mantiene M.R.U. Frenado:
- f. El desplazamiento del móvil en el tramo FG es: